



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FÍSICA

Modelos holográficos para Mésons Vetoriais Pesados

Luiz Fernando Vianna Faulhaber Ferreira

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Ciências (Física)

Orientador: Nelson Braga

Rio de Janeiro

Janeiro de 2018

P436 Ferreira, Luiz Fernando Vianna Faulhaber
 Modelos holográficos para Mésons Vetoriais Pesados/ Luiz
 Fernando Vianna Faulhaber Ferreira - Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2018.
 xiv, 154f.
 Orientador: Nelson Ricardo de Freitas Braga
 Tese (doutorado) - UFRJ / Instituto de Física / Programa
 de Pós-graduação em Física, 2018.
 Referências Bibliográficas: f. 67-74.
 1. Mésons Vetoriais Pesados. 2. Constantes de Decai-
 mento. 3. Dualidade eletromagnética. 4. Modelos Holográficos
 AdS/QCD. 5. Potencial quark-antiquark. 6. Massa de Debye. I.
 Braga, Nelson Ricardo de Freitas. II. Universidade Federal do Rio de
 Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-graduação em Física.
 III. Modelos holográficos para Mésons Vetoriais Pesados.

Resumo

Nesta tese será apresentado dois modelos holográficos bottom up para estimar os comportamentos térmicos dos mésons vetoriais em uma plasma com temperatura e densidade. A dissociação dos mésons no meio é representada pela diminuição da altura dos picos da função espectral. Os modelos holográficos possuem massa e constante de decaimento consistente com os resultados experimentais encontrados. Estudamos a massa de blindagem de Debye holográfica em um modelo bottom up construído usando uma ação efetiva Einstein com um campo escalar em 5 dimensões. A massa do estado fundamental do glueball pseudo-escalar corresponde a massa de Debye. Finalmente, estimamos a largura térmica de um par quark-antiquark em uma plasma fortemente acoplado no modelo de parede macia com uma escala de energia infravermelha. A parte imaginária do potencial quark-antiquark está relacionada com a largura térmica.

Palavras-chave: Mésons Vetoriais Pesados, Modelos AdS/QCD, Plasma de Quarks Glúons.

Abstract

We present in this thesis two holographic bottom up models for the thermal behavior of vector mesons in a finite temperature and density plasma. The meson dissociation in the medium is represented by the decrease in the height of the spectral function peaks. The holographic models provide masses and decay constants consistently with the experimental results. We study the holographic Debye screening mass in a bottom up model constructed using a 5-dimensional Einstein plus dilaton effective bulk action. The mass of the ground state of the 0^{-+} glueball corresponds to the Debye screening mass of the plasma. Finally, we estimate the thermal width of a heavy quark anti-quark pair inside a strongly coupled plasma using a soft wall background that involves an infrared mass scale. The imaginary part of the quark potential is related with the thermal width.

Keywords: Insert the keywords here.

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, pois sem eles não estaria escrevendo essas palavras. E por tudo mais.

Agradeço ao meu orientador, Nelson Braga, por me orientar, acompanhar e me ajudar muito neste trabalho. E também agradeço pela amizade durante nesses anos. Gostaria de agradecer também o Alfredo Vega pela colaboração.

Gostaria de agradecer à minha namorada Paula Assunção por todo carinho e pela paciência nos mais diversos momentos deste processo.

Agradeço a todos os professores e funcionários do Instituto de Física - UFRJ por contribuírem neste trabalho de alguma forma.

Agradeço aos meus amigos Arthur Tavares, Lucas Jesus, Jean Silva, Diego Rodrigues, Reginaldo Júnior, Jonathan, Gilmour Laier e Luis Carlos, pelos bons momentos vividos. Pelas conversas e amizade durante esses anos.

Agradeço a Capes por ter financiado esta pesquisa de Doutorado através do programa de bolsas de pós graduação.

Sumário

Sumário	vi
Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	x
1 Introdução	1
2 Funções Espectrais de Mésons Pesados em modelos de parede macia modificados	5
2.1 Introdução	5
2.2 Correspondência AdS/CFT	7
2.2.1 Campo Escalar	8
2.2.2 Campo Vetorial	9
2.3 Massas e as constantes de decaimento nos Modelos AdS/QCD	10
2.3.1 Massas em holografia	11
2.3.2 Constante de Decaimento em Holografia	12
2.4 Modelo com Parede Ultravioleta	17
2.4.1 Modelo com Parede Ultravioleta com temperatura	19
2.5 Modelo Tangente	20
2.6 Função Espectral	23
2.7 Resultados	25

2.7.1	Modelo com Parede Ultravioleta	25
2.7.2	Modelo Tangente	30
3	Massa de Debye em Holografia	35
3.1	Introdução	35
3.2	Modelo Holográfico	36
3.3	Termodinâmica	39
3.4	Massas do Glueball Pseudo-Scalar em $T = 0$	41
3.5	Massa de Debye	44
3.6	Resultados	45
4	Largura Térmica no Modelo de Parede Macia	49
4.1	Introdução	49
4.2	Potencial quark anti-quark	50
4.3	Dedução Parte Imaginária	53
4.3.1	Potencial quark anti-quark em AdS/CFT	55
4.3.2	Caso com Temperatura finita	56
4.3.3	Caso do Modelo de Parede Macia	58
4.4	Largura Térmica no Modelo de Parede Macia	61
5	Considerações Finais	64
	Referências Bibliográficas	67

Lista de Figuras

2.1	Figura esquemática da dissociação de uma par quark-antiquark devido ao efeito de blindagem. Figura retirada da ref. [31]	6
2.2	Função espectral do bottomonium para 4 diferentes valores de temperatura.	25
2.3	Função espectral do charmonium para 4 diferentes valores de temperaturas.	27
2.4	Função espectral para $T = 220$ MeV em 6 diferentes valores de potencial químico.	28
2.5	Função espectral para $T = 260$ MeV em 6 diferentes valores de potencial químico.	29
2.6	Função espectral para $T = 340$ MeV em 6 diferentes valores de potencial químico.	30
2.7	Função espectral do charmonium para 4 diferentes temperaturas com $\mu = 0$.	31
2.8	Função espectral do charmonium para $T = 120$ MeV em 6 diferentes valores de potencial químico.	33
2.9	Função espectral do charmonium para $T = 200$ MeV em 6 diferentes valores de potencial químico.	34
3.1	O painel a esquerda mostra a temperatura T como uma função da posição do horizonte do buraco negro z_h com $k = 0.43$ GeV. Já no painel á direita é apresentado à densidade de entropia dividida por T^3 como uma função da razão T/T_c com $k = 0.43$ GeV e $G_5/L^3 = 1.26$	40

3.2	A densidade de pressão dividida por T^4 como uma função da razão T/T_c com $k = 0.43$ GeV e $G_5/L^3 = 1.26$	41
3.3	O quadrado da velocidade do som c_s^2 como uma função de T/T_c com T/T_c GeV e $G_5/L^3 = 1.26$	42
3.4	Função espectral $\tilde{\rho}(\omega)$ dividida por T_c^4 como uma função da energia.	46
3.5	Função espectral como uma função da energia ω em GeV.	47
3.6	A massa de Debye em GeV como uma função da temperatura em MeV.	48
4.1	Distância LT entre os quarks como função do parâmetro $h = z_*/z_h$ no caso da teoria Super Yang Mills $\mathcal{N} = 4$ á temperatura finita.	57
4.2	Potencial $Re V_{Q\bar{Q}}/T$ para teoria Super Yang Mills $\mathcal{N} = 4$ como função de LT , considerando a solução (4.47) (linha tracejada vermelha) e a solução no vácuo (4.40) (linha pontilhada azul).	58
4.3	Distância LT entre os quarks como função do parâmetro $h = z_*/z_h$ no modelo parede macia para diferentes temperaturas.	61
4.4	Potencial $Re V_{Q\bar{Q}}/T$ no modelo de parede macia como função de LT para diferentes temperaturas conforme mostra a legenda na figura.	62
4.5	Laragura térmica no modelo de Parede Macia.	63

Lista de Tabelas

2.1	Resultados das massas, constantes de decaimento e larguras de decaimento eletromagnético $\Gamma(V \rightarrow e^+e^-)$ encontradas experimentalmente pelo Particle Data Group [41] para o Bottomonium.	17
2.2	Resultados das massas, constantes de decaimento e larguras de decaimento eletromagnético $\Gamma(V \rightarrow e^+e^-)$ encontradas experimentalmente pelo Particle Data Group [41] para o charmonium.	17
2.3	Massas holográficas e as correspondentes constantes de decaimento para o Bottomonium no Modelo com parede ultravioleta.	19
2.4	Massas holográficas e as correspondentes constantes de decaimento para o charmonium no Modelo com parede ultravioleta.	19
2.5	Massas holográficas e as correspondentes constantes de decaimento para o charmonium no modelo tangente.	22
3.1	Resultados holográficos para as massas dos glueballs a temperatura zero, com $k = 0.43$ GeV, comparados com os resultados com a QCD na rede [57, 58].	44

Capítulo 1

Introdução

A teoria que descreve as interações fortes entre quarks e glúons, constituintes básicos da matéria, é a cromodinâmica quântica (QCD). Do ponto de vista matemático a QCD é descrita por uma teoria de calibre não-Abeliana com grupo de simetria $SU(3)$. Os glúons correspondem aos campos de calibre que se transformam na representação adjunta do grupo. Os quarks que correspondem aos campos de matéria se transformam na representação fundamental do grupo.

A QCD tem duas importantes propriedades:

- **Liberdade assintótica**[1, 2]: Em altas energias, que correspondem a pequenas distâncias, a constante de acoplamento se torna pequena, levando os quarks e glúons a estarem fracamente acoplados. No limite da energia tendendo a infinito eles estariam livres da interação forte. Este comportamento é chamado de liberdade assintótica.
- **Confinamento** [3]: Quarks e glúons não são observados individualmente e são ditos estarem confinados no hádrons. Para descrever os estados assintóticos das interações fortes é necessário considerar o regime de baixas energias, correspondente a grandes distâncias. Neste regime a constante de acoplamento da QCD é grande e não é possível usar métodos perturbativos.

Além disso, a QCD possui uma peculiaridade adicional. A partir de uma temperatura crítica um novo estado da matéria é formado, o plasma de quarks e glúons [4, 5]. Neste estado os quarks e glúons não formam estados ligados e sim uma matéria hadrônica de alta densidade [6]. Este estado desconfinado é bem descrito usando hidrodinâmica e os resultados experimentais encontrados no RHIC em Brookhaven [5, 7, 8, 9] mostraram que o plasma se comporta como um fluido, ou seja, são precisos métodos não-perturbativos para estudar o plasma de quarks e glúons.

Uma abordagem recentemente desenvolvida para estudar o regime não-perturbativo da QCD, são os modelos AdS/QCD. Originalmente esses modelos foram inspirados pela correspondência AdS/CFT [10], sugerida por Maldacena em 1997. A origem dessa dualidade se deve ao fato de que D3 branas, ou seja, hiperplanos com 3 dimensões espaciais e 1 temporal, em um espaço 9 dimensões espaciais e 1 dimensão temporal onde cordas abertas podem viver, podem ser interpretadas de dois pontos de vista diferentes [11, 12].

Um destes pontos de vista é: uma corda aberta em uma Dp brana, em baixa energia, pode excitar um campo de calibre A_μ com $\mu = 0, 1, \dots, p$ e $9p$ campos escalares sem massa ϕ , correspondendo a deformações na brana. A configuração de uma corda aberta com respeito a N_c coincidentes Dp-brana produz uma simetria de calibre $SU(N_c)$. No caso da D3 brana o espectro de baixa energia é uma teoria $\mathcal{N} = 4$ SYM em 4 dimensões. O outro ponto de vista é de que, por outro lado, D3 branas também são soluções solitônicas de supergravidade do tipo IIB em dez dimensões, com uma métrica com a seguinte forma [11]

$$ds^2 = \left(1 + \frac{R^4}{y^4}\right)^{-\frac{1}{2}} \eta_{ij} dx^i dx^j + \left(1 + \frac{R^4}{y^4}\right)^{\frac{1}{2}} (dy^2 + y^2 d\Omega_5^2) \quad (1.1)$$

onde $R^4 = 4\pi g_s N \alpha'^2$, N é o número de D3-branas e α' é o inverso da tensão da corda. η_{ij} é a métrica padrão de Minkowski e x^i são as coordenadas da brana. \vec{y} denota as coordenadas espaciais perpendiculares a brana. Essa métrica interpola entre dois casos: longe da brana, $y \gg R$, temos um espaço de Minkowski em $(9 + 1)$ dimensões. Por outro

lado, no limite chamado "near horizon", $y \ll R$, que é o limite de baixa energia, temos uma geometria conhecida como garganta. Essa região assintótica $y \ll R$ pode ser melhor descrita pela a variável $u = R^2/y$,

$$ds^2 = \frac{R^2}{u^2} \left(\eta_{ij} dx^i dx^j + \frac{du^2}{u^2} + d\Omega_5^2 \right) \quad (1.2)$$

Que corresponde a geometria do espaço $AdS_5 \times S_5$. Onde AdS_5 corresponde ao espaço Anti-de Sitter em 5 dimensões e S_5 significa uma esfera em 5 dimensões.

A correspondência AdS/CFT consiste justamente em conjecturar a dualidade entre uma teoria de supercordas no espaço $AdS_5 \times S_5$ e uma teoria de Yang Mills $\mathcal{N} = 4$ em 4 dimensões. No entanto, o que faz a dualidade intrigante é o fato que as teorias vivem em regimes diferentes. Por exemplo, quando a teoria de Yang Mills é fortemente acoplada a teoria de cordas em $AdS_5 \times S_5$ está no regime clássico, ou seja, uma teoria de supergravidade clássica. Isso permite estudar sistemas fortemente correlacionados utilizando uma descrição clássica.

Infelizmente a teoria de Yang Mills na dualidade AdS/CFT é supersimétrica e conforme. Uma pergunta óbvia feita após a descoberta foi como utilizar essa dualidade para estudar QCD. Para esse fim, é necessário quebrar a supersimetria e remover a invariância conforme. Isto pode ser implementado através de modificações em $AdS_5 \times S_5$ com a introdução de elementos da QCD. Desta forma se constrói os chamados modelos AdS/QCD, que podem ser classificados:

Modelos Bottom up: São modelos que são construídos incluindo propriedades da QCD fenomenologicamente. Os exemplos mais importantes são o modelo de parede rígida [13, 14, 15] e o modelo de parede macia [16]. Estes modelos deram origem a diversos outros que são variações, ou aprimoramentos deles. Outros modelos recentes interessantes podem ser encontrados em [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23].

Modelos Top-down: Esses modelos se originam de soluções de Teoria de cordas e descrevem formalmente a quebra da supersimetria. Os modelos mais conhecidos são o

modelo D3/D7 [24] e o modelo D4/D8 [25].

A tese será organizada da seguinte forma. No capítulo 2 será apresentada a correspondência AdS/CFT e como funciona a prescrição holográfica para calcular funções de correlação em uma teoria de calibre. Apresentamos na seqüência modelos holográficos para descrever mésons vetoriais pesados. E finalizamos o capítulo calculando a função espectral em um plasma incluindo densidade. No capítulo 3 vamos considerar um modelo bottom up construído através de uma ação efetiva de Einstein com um campo escalar em cinco dimensões para calcular a massa de Debye em um plasma não - conforme. No capítulo 4 apresentamos a prescrição holográfica para o cálculo da parte real e imaginária do potencial do par quark-antiquark. Será estimado uma largura térmica no modelo parede macia. Considerações finais sobre este trabalho são feitas no Capítulo 5. Os capítulos desta tese são baseados nos seguintes artigos:

- Capítulo 2: [26, 27]
- Capítulo 3: [28]
- Capítulo 4: [29]

Capítulo 2

Funções Espectrais de Mésons Pesados em modelos de parede macia modificados

2.1 Introdução

Entender as propriedades térmicas de mésons vetoriais pesados, dentro de um plasma formado por quarks e glúons pode ser uma importante ferramenta para investigar colisões de íons pesados. A dissociação de tais partículas pode indicar a formação de um plasma composto de quarks e glúons. Esse tipo de proposta, considerando estados do charmonium, apareceu há muitos anos atrás nos seguintes trabalhos [30, 31].

O mecanismo físico por trás da proposta de Mastui e Satz é conhecido como blindagem de Debye. Na presença de um meio, pares de quarks leves são criados no meio e podem interagir com os quarks pesados do mésons. A interação entre os quarks pesados é blindada pela a interação dos quarks pesados com os leves, como mostra a Figura (2.1). O alcance efetivo da carga de cor, ou raio de Debye, diminui com o aumento da temperatura devido ao aumento dos números de pares $\bar{q}q$ do meio. Quando o raio de Debye atinge um valor crítico os quarks não interagem mais e é dito que os mésons se dissociaram.

A quantidade em teoria de campos que fornece a informação do comportamento térmico em um meio de uma partícula é a função espectral do operador relacionado com a partícula. Mésons são formados por pares quark- antiquark. Os mésons pesados contêm

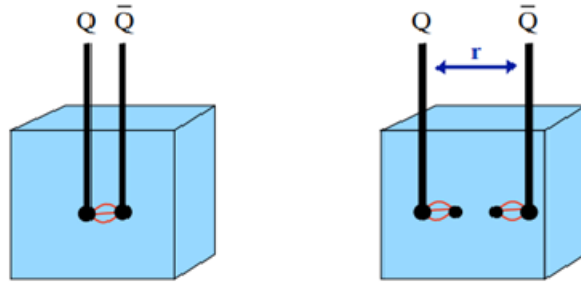


Figura 2.1: Figura esquemática da dissociação de uma par quark-antiquark devido ao efeito de blindagem. Figura retirada da ref. [31]

quarks c (charm) ou b (bottom). O quark pesado t (top) não forma estado ligado. Os mésons vetoriais pesados formados do quark c são chamados de charmonium (J/ψ) e os do quark b bottomonium (Υ). Seus operadores de corrente são $J^\mu = \bar{c}\gamma^\mu c$ e $J^\mu = \bar{b}\gamma^\mu b$, respectivamente. Embora essa quantidade seja bem definida em teoria de campos a tarefa de calcular essa quantidade na rede é bastante complicada, mas significantes progressos têm sido feitos.

Uma alternativa para calcular a função espectral dos mésons pesados J/ψ e Υ é a dualidade calibre/gravidade. Em particular, a função espectral dos mésons pesados vem sendo alvo de diversos estudos nos modelos AdS/QCD . O modelo AdS/QCD mais simples é o modelo de parede rígida, que apareceu nas refs. [13, 14, 15] e consiste em fazer um corte geométrico no espaço de anti-de Sitter (AdS). A introdução desse corte no espaço AdS foi utilizada por Boschi-Filho e Braga, em [14, 15], para calcular o espectro de massas de glueballs. O corte do espaço AdS é introduzido através da condição de contorno no campo escalar em z_{max} , em geral do tipo Dirichlet ou Neumann. O outro modelo AdS/QCD é o modelo de parede macia [16] que foi construído para descrever o espectro de excitações radiais dos mésons leves. A quebra da invariância conforme é feita através da introdução de um campo escalar de fundo, dilaton, no espaço AdS , onde esse campo tem uma dependência na coordenada radial: $\phi(z)$, $z \in (0, \infty)$. Existem duas maneiras de introduzir esse campo. A primeira é introduzir o dilaton nas ações dos campos em AdS

da seguinte forma [16]:

$$S = \frac{1}{2\tilde{g}_5^2} \int d^5x \sqrt{-g} e^{-\phi(z)} \mathcal{L} \quad (2.1)$$

A outra maneira é introduzir o dilaton no fator de deformação [32, 33] na versão da métrica (2.6):

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} e^{\phi(z)} (f(z) dt^2 + d\vec{x}^2 + \frac{dz^2}{f(z)}), \quad (2.2)$$

com $\phi(z) = \pm k^2 z^2$. Neste capítulo será introduzido o dilaton na ação do campo vetorial.

Os resultados experimentais disponíveis para os estados do charmonium e bottomonium mostram que os estados mais excitados apresentam constantes de decaimento diminuindo com a excitação radial. Por outro lado, no modelo de parede macia os resultados encontrados mostram que as constantes de decaimento são degeneradas. Já no modelo de parede dura apresenta que os valores da constante de decaimento aumentam com a excitação radial. Portanto um modelo AdS/QCD que se proponha a descrever o espectro dos mésons vetoriais pesados deverá capturar este comportamento observado de que as constantes de decaimento decrescem com a excitação radial.

2.2 Correspondência AdS/CFT

Como foi visto na introdução (Capítulo 1), a correspondência AdS/CFT estabelece que a Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$ em 4 dimensões com grupo de simetria de calibre SU(N) no limite de N grande é dual a uma teoria de Supercordas num espaço $AdS_5 \times S^5$. Dual significa que existe um mapeamento entre quantidades físicas da Teoria Super Yang-Mills $\mathcal{N} = 4$, com um grupo $SU(N)$ e constante de acoplamento g_{YM} , e uma teoria de supercordas do tipo IIB em $AdS_5 \times S_5$, com $g_s = g_{YM}^2$. O grupo de isometria $SO(2, 4)$ de AdS_5 atua como o grupo conforme da teoria de Teoria Super Yang-Mills. O elemento de medida ds^2 deste espaço, em coordenadas de Poincaré,

$$ds^2 = G_{MN} dx^M dx^N = \frac{R^2}{z^2} (\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dz^2) + R^2 d\Omega_5^2, \quad (2.3)$$

onde G_{MN} é a métrica em 10 dimensões e $\eta_{\mu\nu}$ a métrica de Minkowski em 4 dimensões. Pode-se notar da expressão acima que a parte relacionada a S_5 , torna-se desprezível quando $z \rightarrow 0$. Desta maneira, podemos dizer que a fronteira do espaço $AdS_5 \times S_5$ é dada por um espaço de Minkowski.

Com intuito de usufruir da dualidade para calcular quantidades físicas é necessário um dicionário que relacione os observáveis de cada lado. Uma maneira precisa de como essas duas teorias se relaciona não foi fornecida originalmente por Maldacena [10], mas logo depois foi proposta independentemente por Gubser, Klebanov e Polyakov [34] e por Witten [35]. Ela consiste em identificar os valores na fronteira dos campos de supergravidade com as fontes que geram as funções de correlação da teoria de calibre através da expressão abaixo:

$$\mathcal{Z}_{CFT} = \int_{\phi_0} D\phi e^{I_{cm}(\phi)} \quad (2.4)$$

onde ϕ é uma solução não-normalizável de um campo Φ na teoria de cordas no espaço $AdS_5 \times S_5$, I_{cm} é a ação do campo na camada de massa; ϕ_0 é o valor da função na fronteira ($z = 0$) da solução ϕ e \mathcal{O} é um operador da teoria de campos conforme CFT que se encontra na fronteira do espaço. Para exemplificar vamos calcular a função de correlação de dois pontos entre operadores escalares ($\langle\langle \mathcal{O}(x)\mathcal{O}(y) \rangle\rangle$) e operadores correntes ($\langle\langle J_\mu(x)J_\nu(y) \rangle\rangle$).

2.2.1 Campo Escalar

Consideremos um campo escalar $\phi(x^m)$ não massivo definido no interior do espaço AdS_5 .

A ação para esse campo escalar é dada por:

$$S[\phi] = \frac{1}{2g_5^2} \int d^5x \sqrt{g} g^{mn} \partial_m \phi \partial_n \phi, \quad (2.5)$$

com a métrica do espaço Anti de Sitter escrita na versão Euclideana

$$ds_{AdS_5}^2 = \frac{R^2}{z^2} (dt^2 + d\vec{x}^2 + dz^2) \quad (2.6)$$

O campo $\phi(x, z)$ na fronteira do espaço Anti de Sitter em $z = 0$: $\phi_0 = \lim_{z \rightarrow 0} \phi(x^\mu, z)$, funciona como fonte dos operadores na teoria de calibre na fronteira. A função de partição da teoria de supergravidade é dada por

$$\mathcal{Z}_{sugra}[\phi^0] = e^{\{-S_{cm}\}} \quad (2.7)$$

onde S_{cm} é a ação do campo escalar 2.6 na camada massa, ou seja, usando as equações de movimento. O gerador funcional da teoria de calibre que vive na fronteira é

$$\mathcal{Z}_{CFT}[\phi^0] = \langle \mathcal{T} e^{-\int d^4x \mathcal{O}(x^\mu) \phi_0(x^\mu)} \rangle \quad (2.8)$$

onde \mathcal{O} é o operador escalar local e \mathcal{T} é o ordenamento temporal. A prescrição (2.4), nos permite calcular funções de correlações de campo escalar na teoria de calibre:

$$\langle \mathcal{O}(x) \dots \mathcal{O}(x_n) \rangle = \frac{\delta}{\delta \phi^0(x)} \dots \frac{\delta}{\delta \phi^0(x_n)} e^{\{-S_{cm}[\phi^0]\}} \Big|_{\phi_0=0} \quad (2.9)$$

Escrevendo a ação na camada de massa explicitamente em termos de ϕ^0 a menos de um fator de normalização conforme feito em [34, 35, 36]. O resultado obtido é

$$S[\phi] = - \int d^4x d^4y \phi^0(y) \phi^0(x) \frac{1}{|x-y|^8}. \quad (2.10)$$

Dessa forma utilizando diretamente a eq. (2.9) para obter a função de dois pontos

$$\langle \mathcal{O}(x) \mathcal{O}(y) \rangle \propto \frac{1}{|x-y|^8} \quad (2.11)$$

Na teoria conforme na fronteira o operador local é caracterizado por sua dimensão de escala, ou dimensão conforme, Δ de modo que $\mathcal{O}(\Delta x) = \lambda^{-\Delta} \mathcal{O}(x)$. Isto implica que o produto de dois operadores de dimensão Δ deve ser um operador local com de dimensão 2Δ e ter que $\langle \mathcal{O}(x) \mathcal{O}(y) \rangle \propto |x-y|^{-2\Delta}$. Logo no caso do campo escalar apresentado temos que a dimensão do operador é $\Delta = 4$.

2.2.2 Campo Vetorial

No caso do campo vetorial os operadores de corrente da teoria de calibre na fronteira $J^\mu(x)$ se acoplam com os valores na fronteira dos campos vetoriais, $A_\mu^0(x)$, que funcionam

como fontes desses operadores. A função de partição da teoria de calibre para o setor vetorial

$$\mathcal{Z}_{CFT}[A^0] = \langle \mathcal{T} e^{\int d^4x J^\mu(x) A_\mu^0(x)} \rangle \quad (2.12)$$

O campo vetorial $A_m(x, z) = (A_\mu, A_z)$, definido no interior de AdS_5 , é dual ao operador corrente $J^\mu(x)$ na fronteira. A ação desse campo vetorial é

$$S[A] = -\frac{1}{4g_5^2} \int d^5x \sqrt{g} F_{mn} F^{mn} \quad (2.13)$$

onde $F_{mn} = \partial_m A_n - \partial_n A_m$. Na fronteira do espaço Anti de Sitter as componentes de $A_\mu(x, z)$ funcionam como fontes das correntes $J^\mu(x)$:

$$\lim_{z \rightarrow 0} A_\mu(x, z) = A_\mu^0(x), \quad (2.14)$$

a componente z do campo vetorial pode ser tomada como nula. As funções de correlações das correntes são obtidas holograficamente calculando as derivadas funcionais da expressão (2.4), para o caso do campo vetorial, em relação às fontes. O cálculo da função de dois pontos entre correntes da teoria da fronteira foi realizado em [36]:

$$\langle J^\mu(x) J^\nu(y) \rangle \approx \frac{1}{(x-y)^6} \left[\eta_{\mu\nu} - \frac{2(x_\mu - y_\mu)(x_\nu - y_\nu)}{(x-y)^2} \right] \quad (2.15)$$

As correntes em 4 dimensões são operadores de dimensão conforme 3 e portanto o fator de escala $1/(x-y)^6$ é o esperado para uma teoria conforme.

Na próxima seção vamos mostrar como modificar a correspondência AdS/CFT de forma a quebra a invariância conforme e encontrar modelos aproximados para hádrons.

2.3 Massas e as constantes de decaimento nos Modelos AdS/QCD

Nesta seção será exposto de maneira sistemática a prescrição dos cálculos de massas e constantes de decaimento de mésons vetoriais no modelo de parede macia. Inicialmente esse campo terá uma forma geral mas para exemplificar o cálculo desses observáveis

escolhemos o caso do modelo de parede macia. Nas seções seguintes apresentamos modificações do modelo de parede macia. O que justifica a escolha inicial de uma forma geral do dilaton.

2.3.1 Massas em holografia

Como já dito a dualidade nos permite fazer cálculos de quantidades em uma teoria de calibre utilizando uma teoria de gravidade clássica. Na dualidade os mésons vetoriais (no "bulk" ou na teoria de gravidade) são descritos por um campo vetorial $V_m = (V_\mu, V_z)$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$), que é dual na teoria de calibre a corrente $J^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$. A ação que descreve esse campo vetorial é:

$$I = \int d^4x dz \sqrt{-g} e^{-\Phi(z)} \left\{ -\frac{1}{4g_5^2} F_{mn} F^{mn} \right\}, \quad (2.16)$$

onde $F_{mn} = \partial_m V_n - \partial_n V_m$ e $\phi(z)$ é o campo de dilaton. O espaço é o Anti-de Sitter com a métrica escrita na seguinte forma:

$$ds^2 = e^{2A(z)}(-dt^2 + d\vec{x} \cdot d\vec{x} + dz^2), \quad (2.17)$$

onde $A(z) = -\log(z/R)$. Usando o calibre $V_z = 0$ e fazendo uma transformada de Fourier em $V_\mu(x, z)$, chegamos à equação de movimento para o campo :

$$\partial_z [e^{-B(z)} \partial_z V_\mu(q, z)] - p^2 e^{-B(z)} V_\mu(q, z) = 0, \quad (2.18)$$

onde $B(z)$ tem a seguinte forma,

$$B(z) = \log\left(\frac{z}{R}\right) + \phi(z). \quad (2.19)$$

As massas podem ser obtidas através de uma decomposição do campo vetorial em modos de Kaluza Klein,

$$A_\mu(x, z) = \sum_{n=1} \epsilon_\mu^n e^{-iq_n \cdot x} \Phi_n(z) \quad (2.20)$$

onde ϵ_μ^n é o vetor polarização e os modos Φ_n são as soluções normalizáveis da eq. (3.41) para os autoestados de momento $q^2 = -m_n^2$. A equação (3.41) é reescrita então na forma,

$$\partial_z [e^{-B(z)} \partial_z \Phi_n(z)] + m_n^2 e^{-B(z)} \Phi_n(z) = 0, \quad (2.21)$$

As autofunções, $\Phi_n(z)$, são normalizadas da seguinte maneira

$$\int_0^\infty dz e^{-B(z)} \Phi_n(z) \Phi_m(z) = \delta_{mn}. \quad (2.22)$$

cada modo Φ_n corresponde a um méson vetorial com nível de excitação radial n . No caso do modelo de parede macia o dilaton é dado por $\phi_{PM}(z) = k^2 z^2$. Usando a eq. (2.21) e fazendo uma mudança de variável [16], $\Phi_n = e^{k^2 z^2} \sqrt{k^2 z^2} \Psi_n$, é encontrado uma equação de Schrodinger

$$-\Psi_n'' + (k^4 z^2 + \frac{3}{4z^2}) \Psi_n = M_n^2 \Psi_n \quad (2.23)$$

o espectro resultante para a massa é $M_n^2 = (4n + 1)k^2$. As soluções da equação (2.21) para o modelo de parede macia são:

$$\Psi_n^{PM} = (kz)^2 \sqrt{\frac{2}{n+1}} L_n^1(kz). \quad (2.24)$$

2.3.2 Constante de Decaimento em Holografia

Outro importante observável dos mésons vetoriais pesados é a constante de decaimento. Essa quantidade se relaciona diretamente com a amplitude de decaimento de um estado num par e^+e^- . Considerando que os estados com diferentes números de excitação radial de um determinado méson formem um conjunto completo e que sejam denotados apenas pelo nível de excitação radial: $\{|n\rangle, n = 1, 2, 3, \dots\}$, onde o vácuo hadrônico é representado por $|0\rangle$. A constante de decaimento da f_n na n -ésima excitação radial de um méson vetorial, cujo operador corrente é J^μ , é definido por

$$\langle 0 | J_\mu(0) | n \rangle = \epsilon_\mu f_n m_n \quad (2.25)$$

onde m_n é a massa do estado e ϵ_μ a polarização. A largura de decaimento de um méson, ou seja, $\Gamma(V \rightarrow e^+e^-)$ onde V representa um méson vetorial, está relacionada com a constante de decaimento [37] por:

$$\Gamma(V \rightarrow e^+e^-) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2}{m_V} f_V^2 c_V \quad (2.26)$$

onde α é a constante de estrutura fina da eletrodinâmica e c_V é o quadrado da carga elétrica do quark constituinte. Como as cargas dos quarks constituintes são conhecidas e tanto as massas como a largura de decaimento são medidas experimentalmente as constantes podem ser inferidas a partir desses dados pela eq. (2.26).

Função de dois pontos

Os modelos AdS/QCD podem calcular diretamente as constantes de decaimento de mésons vetoriais usando as soluções normalizadas da eq. (2.26). O procedimento para calcular a constante de decaimento em holografia pode ser entendido analisando a função de dois pontos das correntes mesônicas no espaço do momento,

$$\langle T[J_\mu(p)J_\nu(-p)] \rangle = \int d^4x e^{-ip \cdot x} \langle J_\mu(x)J_\nu(0) \rangle \theta(x^0) \quad (2.27)$$

onde o valor esperado do produto de operadores é tomado no vácuo hadrônico. Levando em conta a conservação da corrente, $\partial_\mu J^\mu$, e a representação integral da função Heaviside, pode se mostrar que

$$G_{\mu\nu}^R(p^2) \equiv \int d^4x e^{-ip \cdot x} \langle J_\mu(x)J_\nu(0) \rangle \theta(x^0) = (p^2 \eta_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu) \sum_n \frac{f_n^2}{(-p^2) - m_n^2} \quad (2.28)$$

Desta forma a função de dois pontos das correntes é determinada somente pelo espectro de massas e constantes de decaimento. Observem que as massas correspondem ao pólo da função de correlação, enquanto que as constantes de decaimento aos respectivos resíduos. Assim definindo a função $\Pi(p^2)$ tal que,

$$G_{\mu\nu}^R(p^2) = (p^2 \eta_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu) \Pi(p^2) \quad (2.29)$$

as constantes de decaimento são obtidas através da relação,

$$f_n^2 = \lim_{-p^2 \rightarrow m_n^2} [(-p^2) - m_n^2] \Pi(p^2). \quad (2.30)$$

Como exposto no capítulo anterior existe uma prescrição bem estabelecida para calcular funções de correlação, por isto é possível calcular a função $\Pi(p^2)$ usando holografia e desta forma determinando a constante de decaimento.

Para exemplificar o cálculo da constante de decaimento na dualidade voltemos novamente ao caso do modelo de parede macia e logo depois estenderemos para o caso de um dilaton geral. A ação do campo vetorial na camada de massa é escrita na forma,

$$S_{cam} = \frac{-1}{4\pi g_5^2} \int d^4x \lim_{z \rightarrow 0} \left[\frac{e^{-k^2 z^2}}{z} V_\mu \frac{\partial V^\mu}{\partial z} \right]. \quad (2.31)$$

Definimos o chamado propagador 'bulk to boundary', $v(q, z)$, tal que

$$V_\mu(q, z) = V_\mu^0(q) v(q, z), \quad (2.32)$$

onde $V_\mu^0(q)$ é a fonte dos operadores correntes na fronteira. Deste modo impondo a condição de contorno,

$$\lim_{z \rightarrow 0} v(q, z) = 1. \quad (2.33)$$

E utilizando a prescrição holográfica (2.4). Obtem-se a seguinte expressão holográfica para a função $\Pi(p^2)$,

$$\Pi(p^2) = \frac{1}{g_5^2(-p^2)} \left[\frac{e^{-k^2 z^2}}{z} \frac{\partial v(p, z)}{\partial z} \right]_{z \rightarrow 0}, \quad (2.34)$$

com o propagador v satisfazendo a seguinte equação de movimento,

$$\partial_z \left[\frac{e^{-k^2 z^2}}{z} \partial_z v(p, z) \right] + p^2 \frac{e^{-k^2 z^2}}{z} v(p, z) = 0, \quad (2.35)$$

obtida a partir da eq. (2.26). A solução geral dessa equação é dada pela as funções hipergeométricas confluentes do tipo 1 e tipo 2 [38]:

$$v(p, z) = A {}_1F_1(a, 0, k^2 z^2) + BU(a, 0, k^2 z^2), \quad (2.36)$$

onde $a = -p^2/4k^2$, A e B são constantes. Como a função $F_1(a, 0, k^2z^2)$ é singular em $z = 0$, escolhemos $A = 0$. Então, para $a > 0$, o propagador pode ser escrito,

$$v(p, z) = a \int_0^1 dx x^{a-1} \exp \left[-\frac{x}{1-x} k^2 z^2 \right]. \quad (2.37)$$

Integrando por partes a equação anterior,

$$v(p, z) = k^2 z^2 \int_0^1 dx \frac{x^a}{(1-x)^2} \exp \left[-\frac{x}{1-x} k^2 z^2 \right] \quad (2.38)$$

é possível escrever o integrando da eq. (2.38),

$$\frac{1}{(1-x)^2} \exp \left[-\frac{x}{1-x} k^2 z^2 \right] = \sum_{n=0}^{\infty} L_n^1(k^2 z^2) x^n \quad (2.39)$$

em termos de polinômios de Laguerre L_n^1 , o que leva á seguinte expressão para o propagador

$$v(p, z) = k^2 z^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_n^1(k^2 z^2)}{a + n + 1} \quad (2.40)$$

observe que o propagador tem os pólos localizados em $p^2 = 4(n+1)k^2$, conforme obtido no caso do modelo de parede macia.

Por outro lado, podemos considerar a representação da função de Green da equação para $v(p, z)$ em termos de modos normalizáveis Φ_n ,

$$G(p; z, z') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\psi_n(z) \psi_n(z')}{p^2 - m_n^2}. \quad (2.41)$$

O propagador é obtido a partir da equação da função de Green,

$$\begin{aligned} v(p, z) &= -\lim_{z \rightarrow 0} \left(\frac{e^{-k^2 z^2}}{z} \partial_z G(p; z, z') \right) \\ &= -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{8(n+1)} \psi_n(z')}{p^2 - m_n^2} = -4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_n^1(k^2 z'^2) z'^2}{p^2 - m_n^2}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

que coincide com a eq. (2.40). Agora combinando a equação anterior e a eq. (2.34) obtemos uma expressão para a constante de decaimento no modelo de parede macia em

termos das autofunções do campo vetorial

$$f_n = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{e^{-k^2 z^2}}{m_n g_5 z} \frac{\partial}{\partial z} \Phi_n(z). \quad (2.43)$$

Introduzindo as autofunções da eq. (2.21) na equação (2.43) obtemos

$$f_n = \frac{k\sqrt{2}}{g_5} \quad (2.44)$$

Portanto, no caso do modelo de parede macia a constante decaimento é degenerada para qualquer méson vetorial.

A equação (2.43) pode ser generalizada para o caso de um dilaton ter uma forma mais geral, $\phi(z)$. Porém, é importante salientar que para essa descrição ser válida para um dilaton geral é preciso que esse dilaton gere um espectro discreto na teoria da fronteira e satisfaça as condições descritas para o caso do modelo de parede macia [16]. Finalmente, a expressão (2.43) estendida para o caso de um dilaton geral tem a forma [39, 40],

$$f_n = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{e^{-\phi(z)}}{m_n g_5 z} \frac{\partial}{\partial z} \Phi_n(z). \quad (2.45)$$

Nas seções anteriores apresentamos como são calculadas massas e as constantes de decaimento de mésons na dualidade calibre/gravidade. No caso dos mésons pesados, em particular o charmonium e o bottomonium, os resultados experimentais são bem determinados e está compilada no Particle data group [41]. Esses resultados experimentais são apresentados na Tabela (3.1) e (3.2). Observe nas tabelas que as constantes de decaimento decrescem monotonicamente com o nível de excitação radial tanto para o charmonium como para o bottomonium.

Esses resultados diferem dos resultados obtidos nos modelos de parede macia e o modelo de parede dura. No caso do modelo de parede macia, como calculado na última seção, a constante de decaimento é degenerada. Já no modelo de parede dura [13, 14, 15] as constantes de decaimento aumentam com a excitação radial. Portanto é importante construir um modelo que consiga reproduzir os resultados experimentais.

Bottomonium Resultados Experimentais			
	Massas (MeV)	$\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}$ (keV)	Constante de Decaimento (MeV)
1S	9460.3 ± 0.26	1.340 ± 0.018	715.0 ± 2.4
2S	10023.26 ± 0.32	0.612 ± 0.011	497.4 ± 2.2
3S	10355.2 ± 0.5	0.443 ± 0.008	430.1 ± 1.9
4S	10579.4 ± 1.2	0.272 ± 0.029	340.7 ± 9.1

Tabela 2.1: Resultados das massas, constantes de decaimento e larguras de decaimento eletromagnético $\Gamma(V \rightarrow e^+e^-)$ encontradas experimentalmente pelo Particle Data Group [41] para o Bottomonium.

Charmonium Resultados Experimentais			
	Massas (MeV)	$\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}$ (keV)	Constante de Decaimento (MeV)
1S	3096.916 ± 0.011	5.547 ± 0.046	416.0 ± 2
2S	36860.109 ± 0.012	2.359 ± 0.114	296 ± 7
3S	4040 ± 1	0.86 ± 0.23	187 ± 22
4S	4421 ± 4	0.58 ± 0.07	160 ± 9

Tabela 2.2: Resultados das massas, constantes de decaimento e larguras de decaimento eletromagnético $\Gamma(V \rightarrow e^+e^-)$ encontradas experimentalmente pelo Particle Data Group [41] para o charmonium.

2.4 Modelo com Parede Ultravioleta

Uma maneira de solucionar com esse problema foram apresentados em [42]. Os autores introduziram um novo parâmetro dimensional no modelo de parede macia associado ao processo de decaimento do méson no estado de vácuo hadrônico, $1/z_0$. Isto é feito através de um corte no espaço AdS na região ultravioleta, z_0 . Esse corte implica que a agora a nova fronteira está localizada em $z = z_0$ e deste modo as funções de correlação (eq) são calculadas em $z = z_0$.

Como no caso do modelo de parede macia original o operador corrente $J^\mu = \bar{q}\gamma^\mu q$ é dual a um campo vetorial $V_m = (V_\mu, V_z)$. A métrica novamente é

$$ds^2 = e^{2A(z)}(-dt^2 + d\vec{x} \cdot d\vec{x} + dz^2), \quad (2.46)$$

onde $A(z) = -\log(z/R)$ A ação que descreve esse campo vetorial

$$I = \int d^4x \int_{z_0}^{\infty} dz \sqrt{-g} e^{-\Phi(z)} \left\{ -\frac{1}{4g_5^2} F_{mn} F^{mn} \right\}, \quad (2.47)$$

onde $F_{mn} = \partial_m V_n - \partial_n V_m$ e $\phi(z) = k^2 z^2$. Agora a constante dimensional k representa uma escala de energia da teoria de calibre dual relacionada à massa do quark. Já a nova escala z_0 é introduzida no modelo ao fixar as fontes dos operadores na teoria de calibre em uma posição finita $z_0 \neq 0$ do espaço Anti-de Sitter. Isso leva a seguinte condição para $A_\mu(q, z)$,

$$\lim_{z \rightarrow z_0} A_\mu(q, z) = A_\mu^0(q). \quad (2.48)$$

onde A_μ^0 são fontes que se acoplam com os operadores de correntes J^μ definidos em z_0 . Portanto, o propagador (2.32) neste modelo deve satisfazer a seguinte condição,

$$\lim_{z \rightarrow z_0} v(q, z) = 1. \quad (2.49)$$

A ação na camada de massa fica determinada pelo o termo de fronteira em z_0 ,

$$S_{cam} = \frac{-1}{4\pi g_5^2} \int d^4x \lim_{z \rightarrow z_0} \left[\frac{e^{-k^2 z^2}}{z} V_\mu \frac{\partial V^\mu}{\partial z} \right] \quad (2.50)$$

O procedimento para o cálculo da constante de decaimento no modelo de parede macia pode ser repetido neste modelo mas agora a fronteira está localizada em z_0 . Logo a expressão (2.66) é reescrita na seguinte forma,

$$f_n = \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{e^{-\phi(z)}}{m_n g_5 z} \frac{\partial}{\partial z} \Phi_n(z) \quad (2.51)$$

Com as autofunções $\Phi_n(z)$ sendo calculadas numericamente resolvendo a eq. (2.21) impondo a condição de contorno $\Phi_n(z_0) = 0$ e $\Phi_n'(z_0) = 0$. Os valores dos parâmetros usados por [42] no modelo para o bottomonium e charmonium foram:

$$k_{charm} = 1.2 \text{ GeV}; \quad k_{bottom} = 3.2 \text{ GeV}; \quad 1/z_0 = 12.5 \text{ GeV}. \quad (2.52)$$

onde k_c e k_b são as constantes do dilaton que se acoplam respectivamente com os campos duais ao charmonium e ao bottomonium. Definimos o erro quadrático médio para estimar N quantidades usando um modelo com N_p parâmetros como:

$$\delta_{eqn} = \sqrt{\frac{1}{(N - N_p)} \sum_i^N \left(\frac{\delta O_i}{O_i} \right)^2} \quad (2.53)$$

onde O_i é valor médio experimental e δO_i é o desvio do valor obtido usando o modelo.

Esta escolha de parâmetros é feita de modo a minimizar o desvio total do ajuste em relação aos dados experimentais, sem privilegiar algum estado particular do espectro. O erro quadrático médio deste modelo $\delta_{eqm} = 30\%$.

Os resultados das constantes de decaimento encontrado para o bottomonium estão disponibilizados na Tabela (3.3). Já os resultados para o caso do charmonium são apresentados na Tabela (3.4). Note que agora a constante de decaimento decresce com o aumento da excitação radial.

Resultados Holográficos para o Bottomonium		
	Massas (MeV)	Constante de Decaimento (MeV)
1S	7011	627
2S	9883	574
3S	12077	538
4S	13923	512

Tabela 2.3: Massas holográficas e as correspondentes constantes de decaimento para o Bottomonium no Modelo com parede ultravioleta.

Resultados Holográficos para o charmonium		
	Massas (MeV)	Constante de Decaimento (MeV)
1S	2410	258.8
2S	3409	251.7
3S	4174	245.9
4S	4819	241.0

Tabela 2.4: Massas holográficas e as correspondentes constantes de decaimento para o charmonium no Modelo com parede ultravioleta.

2.4.1 Modelo com Parede Ultravioleta com temperatura

Uma vez que a descrição holográfica dos mésons pesados foi definida, o próximo passo é estender para o caso de temperatura finita e densidade. A extensão para o caso temperatura finita e densidade nula no modelo foi apresentada no artigo [26]. Se baseando na versão da dualidade calibre/gravidade a temperatura finita feita por Witten [44]. É associado uma teoria de calibre á temperatura finita com uma geometria de buraco negro

no espaço de Anti-de Sitter. No caso de temperatura finita e densidade é considerado um buraco negro em AdS carregado.

A ação de campo vetorial neste caso tem a mesma forma:

$$I = \int d^4x dz \sqrt{-g} e^{-\phi(z)} \left\{ -\frac{1}{4g_5^2} F_{mn} F^{mn} \right\}, \quad (2.54)$$

mas agora considerando a métrica AdS/RN [45, 46, 47],

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} \left(-f(z) dt^2 + \frac{dz^2}{f(z)} + d\vec{x} \cdot d\vec{x} \right), \quad (2.55)$$

com

$$f(z) = 1 - \frac{z^4}{z_h^4} - q^2 z_h^2 z^4 + q^2 z^6. \quad (2.56)$$

O parâmetro q é proporcional a carga do buraco negro e z_h é a posição do horizonte, definida pela condição $f(z_h) = 0$. A temperatura da teoria de calibre:

$$T = \frac{|f'(z)|_{(z=z_h)}}{4\pi \sqrt{f(z_0)}} = \frac{\frac{1}{\pi z_h} - \frac{q^2 z_h^5}{2\pi}}{\sqrt{1 - \frac{z^4}{z_h^4} - q^2 z_h^2 z_0^4 + q^2 z_0^6}}. \quad (2.57)$$

A temperatura crítica estimada nos trabalhos [26] é $T_c = 191$ MeV. O potencial químico, μ , na teoria de calibre está relacionado com q :

$$\mu = qz_h^2 - qz_0^2 \quad (2.58)$$

2.5 Modelo Tangente

Uma alternativa para reproduzir o comportamento experimental da constante de decaimento é considerar modificações no campo de dilaton. Isto pode ser feito acrescentando termos no dilaton do modelo de parede macia. Na ref. [27] foi considerado o dilaton:

$$\phi(z) = k^2 z^2 + \tanh \left(\frac{1}{Mz} - \frac{k}{\sqrt{\Gamma}} \right) \quad (2.59)$$

onde o parâmetro k representa a massa do quark, Γ a tensão da corda da interação forte de um quark e antiquark e M uma escala de massa não-hadrônica. Neste modelo iremos

somente estudar o caso do charmonium. Os valores dos parâmetros usados para o caso do charmonium são,

$$k = 1.2 \text{ GeV}; \quad \sqrt{\Gamma} = 0.75 \text{ GeV}; \quad M = 2.7 \text{ GeV}. \quad (2.60)$$

Fixamos os parâmetros para minimizar o desvio total do ajuste em relação aos dados experimentais, sem privilegiar algum estado particular do espectro. O erro quadrático médio do modelo é $\delta_{eqm} = 20.7\%$. Em particular, a constante de decaimento do estado $1S$ do charmonium é somente 1.4% menor que o valor experimental na Tabela (3.2).

A ação do campo vetorial é dada novamente por

$$I = \int d^4x \int_0^\infty dz \sqrt{-g} e^{-\Phi(z)} \left\{ -\frac{1}{4g_5^2} F_{mn} F^{mn} \right\}, \quad (2.61)$$

onde $F_{mn} = \partial_m V_n - \partial_n V_m$ e $\phi(z) = k^2 z^2 + \tanh\left(\frac{1}{Mz} - \frac{k}{\sqrt{\Gamma}}\right)$. Note que diferente do modelo com parede ultravioleta a fronteira está localizada em $z = 0$. A métrica do modelo tem novamente a forma,

$$ds^2 = e^{2A(z)}(-dt^2 + d\vec{x} \cdot d\vec{x} + dz^2), \quad (2.62)$$

onde $A(z) = -\log(z/R)$. A equação de movimento (2.21) obtida da ação (??)

$$\partial_z [e^{-B(z)} \partial_z \psi_n(z)] + m_n^2 e^{-B(z)} \psi_n(z) = 0, \quad (2.63)$$

com

$$B(z) = \log\left(\frac{z}{R}\right) + k^2 z^2 + \tanh\left(\frac{1}{Mz} - \frac{k}{\sqrt{\Gamma}}\right). \quad (2.64)$$

As autofunções, $\psi_n(z)$, são normalizadas da seguinte maneira

$$\int_0^\infty dz e^{-B(z)} \psi_n(z) \psi_m(z) = \delta_{mn}. \quad (2.65)$$

A constante de decaimento do charmonium no modelo pode ser calculada usando (2.66)

$$f_n = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{e^{-\phi(z)}}{m_5 g_5 z} \frac{\partial}{\partial z} \psi_n(z) \quad (2.66)$$

onde $\psi_n(z)$ são as autofunções $\psi_n(z)$ da equação de movimento utilizando o dilaton, $\phi(z) = k^2 z^2 + \tanh\left(\frac{1}{Mz} - \frac{k}{\sqrt{\Gamma}}\right)$. Resolvendo a eq. (2.63) usando os parâmetros da eq. (2.60) é

possível encontrar as massas e a constante de decaimento no modelo. Os resultados são apresentados na Tabela (3.5) para o caso do charmonium.

Resultados Holográficos para o Charmonium		
	Massas (MeV)	Constante de Decaimento (MeV)
1S	2032.63	410.203
2S	3132.15	276.752
3S	3975.30	220.701
4S	4640.60	190.846

Tabela 2.5: Massas holográficas e as correspondentes constantes de decaimento para o charmonium no modelo tangente.

Modelo Tangente com Temperatura finita

Uma vez que a descrição holográfica do charmonium em $T = 0$ foi definida, vamos estender o modelo para o caso de temperatura finita e densidade. A ação para o charmonium é a mesma eq. (2.61) no caso de temperatura zero:

$$I = \int d^4x \int_0^\infty dz \sqrt{-g} e^{-\Phi(z)} \left\{ -\frac{1}{4g_5^2} F_{mn} F^{mn} \right\}, \quad (2.67)$$

a métrica do buraco negro carregado tem a forma como em [45, 46, 47]

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} \left(-f(z) dt^2 + \frac{dz^2}{f(z)} + d\vec{x} \cdot d\vec{x} \right), \quad (2.68)$$

onde

$$f(z) = 1 - \frac{z^4}{z_h^4} - q^2 z_h^2 z^4 + q^2 z^6. \quad (2.69)$$

A temperatura é obtida usando a relação,

$$T = \frac{|f'(z)|_{(z=z_h)}}{4\pi} = \frac{1}{\pi z_h} - \frac{q^2 z_h^5}{2\pi}. \quad (2.70)$$

como no modelo com parede ultravioleta o parâmetro q é proporcional a carga do buraco negro e o potencial químico do quark μ . A relação entre essas quantidades são

$$\mu = q z_h^2 \quad (2.71)$$

A versão da equação de movimento (2.63) no caso de temperatura e densidade finita é dada por,

$$\partial_z \left[e^{-B(z)} f(z) \partial_z \psi_n(z) \right] + m_n^2 \frac{e^{-B(z)}}{f(z)} \psi_n(z) = 0. \quad (2.72)$$

Estimamos a temperatura crítica do modelo em $T_c = 191$ MeV.

2.6 Função Espectral

As funções espectrais do charmonium e bottomonium podem ser calculadas o chamado paradigma da membrana [48]. Nesta seção vamos fazer uma breve revisão de como podemos calcular a função espectral utilizando [48, 49]. Consideramos uma métrica da seguinte forma:

$$ds^2 = -g_{tt} dt^2 + g_{zz} dz^2 + g_{x_1 x_1} dx_1^2 + g_{x_2 x_2} dx_2^2 + g_{x_3 x_3} dx_3^2, \quad (2.73)$$

as componentes da métrica depende somente de z e a fronteira é localizada em $z = 0$. Existe um horizonte, onde a componente temporal se anula: $g_{tt}(z = z_h) = 0$. Para a ação do campo vetorial é considerado a seguinte forma,

$$S = - \int d^5 x \sqrt{-g} \frac{1}{4g_5^2 h(z)} F^{mn} F_{mn}, \quad (2.74)$$

onde $h(z)$ representa um background geral. A equação de movimento correspondente é:

$$\partial^m \left(\frac{\sqrt{-g}}{h(z)} F_{mn} \right) = 0. \quad (2.75)$$

É considerado que as soluções do campo vetorial são independentes das coordenadas x_1 e x_2 , e separando a equações de movimento em um canal longitudinal envolvendo flutuações sobre (t, x_3) e um canal transversal com flutuações nas direções espaciais (x_1, x_2) . As componentes relevantes da eq. (2.75) neste caso são,

$$- \partial_z j^t - \frac{\sqrt{-g}}{h} g^{tt} g^{x_3 x_3} \partial_{x_3} F_{x_3 t} = 0, \quad (2.76)$$

$$- \partial_z j^{x_3} + \frac{\sqrt{-g}}{h} g^{tt} g^{x_3 x_3} \partial_t F_{x_3 t} = 0, \quad (2.77)$$

$$\partial_{x_3} j^{x_3} + \partial_t j^t = 0, \quad (2.78)$$

onde

$$j^\mu = -\frac{1}{h(z)} \sqrt{-g} F^{z\mu}. \quad (2.79)$$

Usando a identidade de Bianchi:

$$\partial_z F_{x_3 t} - \frac{h(z)}{\sqrt{-g}} g_{zz} g_{x_3 x_3} \partial_t j^z - \frac{h(z)}{\sqrt{-g}} g_{tt} g_{x_3 x_3} \partial_{x_3} j^t = 0. \quad (2.80)$$

Definimos uma condutividade dependente de z para o canal longitudinal:

$$\bar{\sigma}_L(\omega, \vec{p}, z) = \frac{j^{x_3}(\omega, \vec{p}, z)}{F_{x_3 t}(\omega, \vec{p}, z)}. \quad (2.81)$$

Para uma solução de onda plana com momentum $p = (\omega, 0, 0, p_3)$ encontra-se, usando as eqs. (2.76), (2.78) e (2.80)

$$\partial_z \bar{\sigma}_L = -i\omega \sqrt{\frac{g_{zz}}{g_{tt}}} \left[\Sigma(z) - \frac{\bar{\sigma}_L^2}{\Sigma(z)} \left(1 - \frac{p_3^2 g^{x_3 x_3}}{\omega^2 g^{tt}} \right) \right], \quad (2.82)$$

onde

$$\Sigma(z) = \frac{1}{h(z)} \sqrt{\frac{-g}{g_{zz} g_{tt}}} g^{x_3 x_3}. \quad (2.83)$$

Um procedimento similar para o canal transverso leva [48]:

$$\partial_z \bar{\sigma}_T = i\omega \sqrt{\frac{g_{zz}}{g_{tt}}} \left[\frac{\bar{\sigma}_L^2}{\Sigma(z)} - \Sigma(z) \left(1 - \frac{p_3^2 g^{x_3 x_3}}{\omega^2 g^{tt}} \right) \right]. \quad (2.84)$$

Considerando somente o caso de momento zero (caso estático). Então, tomando $p_3^2 = 0$ e as duas equações de fluxo (2.82) e (2.84) tem a mesma forma

$$\partial_z \bar{\sigma} = i\omega \sqrt{\frac{g_{zz}}{g_{tt}}} \left[\frac{\bar{\sigma}^2}{\Sigma(z)} - \Sigma(z) \right], \quad (2.85)$$

para $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_T = \bar{\sigma}_L$.

A chamada condutividade AC, σ , é relacionando com a função retardada de Green pela a fórmula de Kubo: $\sigma(\omega) = iG_R(\omega)/\omega$. Definindo,

$$\sigma(\omega) = -\frac{G_R(\omega)}{i\omega} \equiv \bar{\sigma}(\omega, z = 0). \quad (2.86)$$

Observe que $Re \sigma(\omega) = \rho(\omega)/\omega$, onde $\rho(\omega) \equiv -Im G_R(\omega)$ é a função espectral.

2.7 Resultados

2.7.1 Modelo com Parede Ultravioleta

No caso do modelo com parede ultravioleta o procedimento para extrair a função espectral usando a dualidade é usar a métrica (2.46) e usar $h(z) = \exp\{k^2 z^2\}$ na equação de fluxo (2.85). Logo

$$\partial_z \bar{\sigma}(\omega, z) = \frac{i\omega}{f(z)\bar{\Sigma}(z)} [\bar{\sigma}(\omega, z)^2 - \bar{\Sigma}(z)^2], \quad (2.87)$$

com $\bar{\Sigma}(z) = \exp\{-k^2 z^2\}/z$. Exigindo a condição de regularidade no horizonte, se obtém a seguinte condição: $\bar{\sigma}(\omega, z_h) = \bar{\Sigma}(z_h)$.. A função espectral é então obtida:

$$\rho(\omega) \equiv -Im G_R(\omega) = \omega Re \bar{\sigma}(\omega, z_0). \quad (2.88)$$

Dispondo da relação 2.91 basta resolver a eq. (2.87) numericamente utilizando os parâmetros do modelo com parede ultravioleta (2.52) para extrair a função espectral do charmonium e bottomonium. Será analisado primeiramente o modelo com parede ultravioleta à temperatura finita que foi estudado na ref. [43] e logo depois o caso para temperatura e densidade finita .

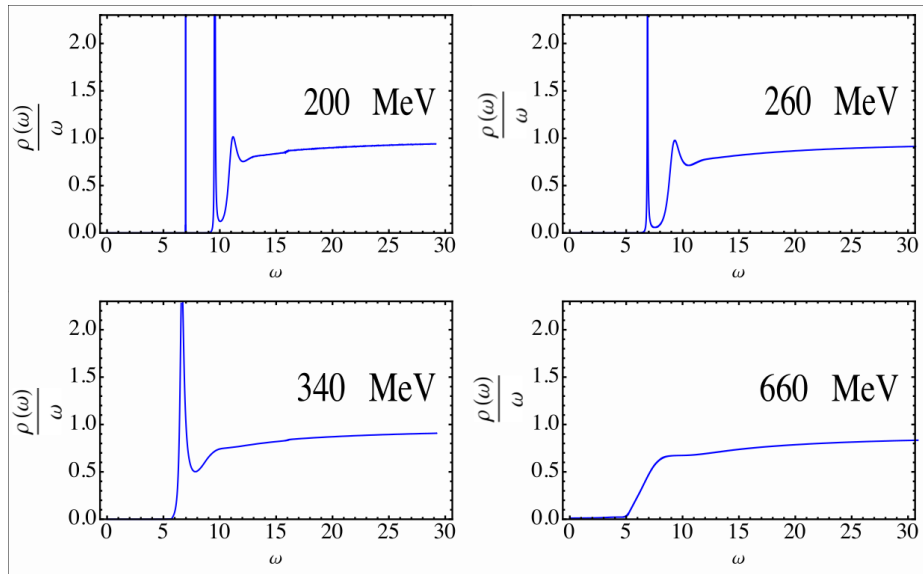


Figura 2.2: Função espectral do bottomonium para 4 diferentes valores de temperatura.

Os autores [43] ao calcular as funções espectrais à temperatura finita usando métodos numéricos notaram que a função espectral têm um comportamento linear: $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \rho(\omega) \propto \omega$. Logo é conveniente analisar a função espectral normalizada obtida dividindo $\rho(\omega)$ pelo o seu comportamento em grandes frequências. Definindo assim

$$\bar{\rho}(\omega) \equiv \frac{\rho(\omega)}{\omega} \quad (2.89)$$

A análise da dissociação do bottomonium é apresentada na Figura (2.2). São apresentadas as funções espectrais normalizadas para o bottomonium em quatro temperaturas distintas, note que é possível claramente distinguir as etapas de dissociação dos estados do bottomonium. Resumidamente temos a seguinte situação:

- $T = 200$ MeV - Existem dois picos pronunciados correspondendo aos estados do $\Upsilon(1S)$ e $\Upsilon(2S)$ além de um terceiro pico relacionado ao estado $\Upsilon(3S)$ que está quase sendo dissociado.
- Em $T = 260$ MeV - O pico relacionado ao estado $\Upsilon(1S)$ ainda continua bem pronunciado mas o pico referente ao $\Upsilon(2S)$ diminuiu consideravelmente mas ainda está presente. Já o estado $\Upsilon(3S)$ se dissociou completamente.
- Em $T = 340$ MeV - Aparece apenas um pico do estado $\Upsilon(1S)$ enquanto os demais estados excitados já estão completamente dissociados.
- Em $T = 660$ MeV - O pico referente ao estado $\Upsilon(1S)$ desapareceu completamente implicando na dissociação completa.

No caso do charmonium o resultado é apresentado na Figura (2.3) e a análise é semelhante ao caso do bottomonium:

- $T = 70$ MeV - Existem dois picos pronunciados correspondendo aos estados do $J/\psi(1S)$ e $J/\psi(2S)$ além de um terceiro pico relacionado ao estado $J/\psi(3S)$ que está quase sendo dissociado.

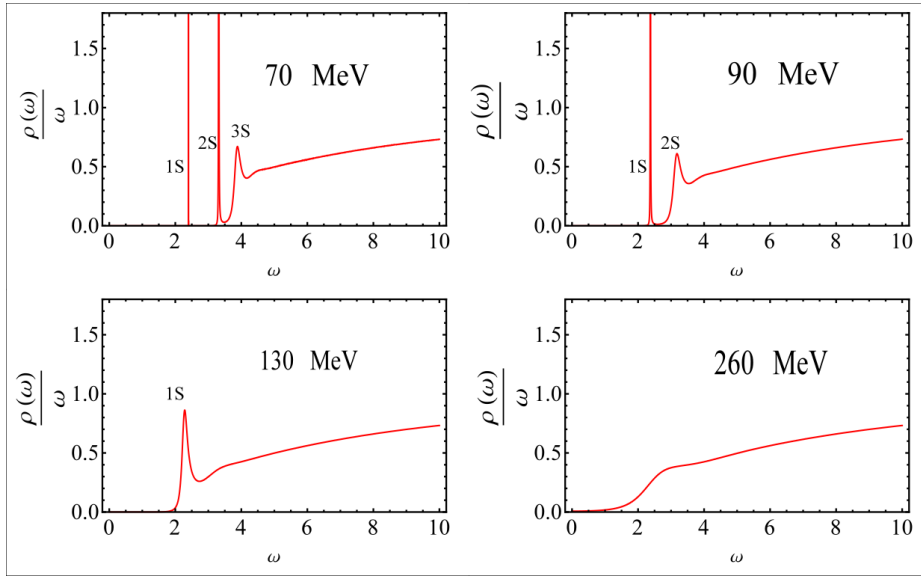


Figura 2.3: Função espectral do charmonium para 4 diferentes valores de temperaturas.

- Em $T = 90$ MeV - O pico relacionado ao estado $J/\psi(1S)$ ainda continua bem pronunciado mas o pico referente ao $J/\psi(2S)$ diminuiu consideravelmente mas ainda está presente. Já o estado $J/\psi(3S)$ se dissociou completamente.
- Em $T = 130$ MeV - Aparece apenas um pico do estado $J/\psi(1S)$ enquanto os demais estados excitados já estão completamente dissociados.
- Em $T = 260$ MeV - Observamos a dissociação completa dos estados do charmonium.

O estado fundamental $\Upsilon(1S)$ dissocia-se completamente no modelo com parede ultravioleta em $T_{1S} \sim 600$ MeV. Comparando esta temperatura com a temperatura crítica $T_c = 191$ MeV, temos então que $T_{1S}/T_c \sim 3.2$. Para o estado $2S$ temos o desaparecimento completo do pico em $T_{2S} = 360$ MeV, correspondendo a $T_{2S}/T_c \sim 1.9$. Já a dissociação do $\Upsilon(3S)$ ocorre em $T_{3S}/T_c \sim 1.2$. No caso do charmonium o estado fundamental se dissocia em uma temperatura menor que a temperatura crítica, $T_{(1S)} \sim 150$ MeV.

Esses resultados podem ser confrontados com resultados obtidos com cálculos em QCD na rede e dados experimentais. Os resultados para o bottomonium se mostram compatíveis com os cálculos feitos na rede apresentados na ref. [50]. É estimado nessa referência um

limite inferior para a temperatura de dissociação do estado $\Upsilon(1S)$ em $T_\Upsilon/T_c > 2.3$.

Outra análise apresentada na ref. [51], estima que existe uma dissociação completa dos estados excitados $2S$ e $3S$ do bottomonium na faixa entre $1.8T_c$ e $3.5T_c$. Os resultados do modelo holográfico estão em acordo com estes resultados encontrados em [51]. Quanto ao charmonium é obtido em [52] que os estados excitados se dissociem a uma temperatura inferior a T_c , enquanto que o estado fundamental dissocia em $T = 1.2T_c$, na ref. [51] são apresentados resultados de diversos modelos para o estado fundamental do charmonium e todos mostram que o charmonium sobrevive a uma temperatura maior que a temperatura crítica.

Agora consideremos o caso de um meio térmico mas incluindo densidade. Na ref. [26] foi somente estudado o caso do bottomonium. Uma vez que o modelo de parede ultravioleta tem resultados para o charmonium que tem discrepância mais alta quando comparados com os resultados experimentais. Na Figura (2.4) é mostrada a função es-

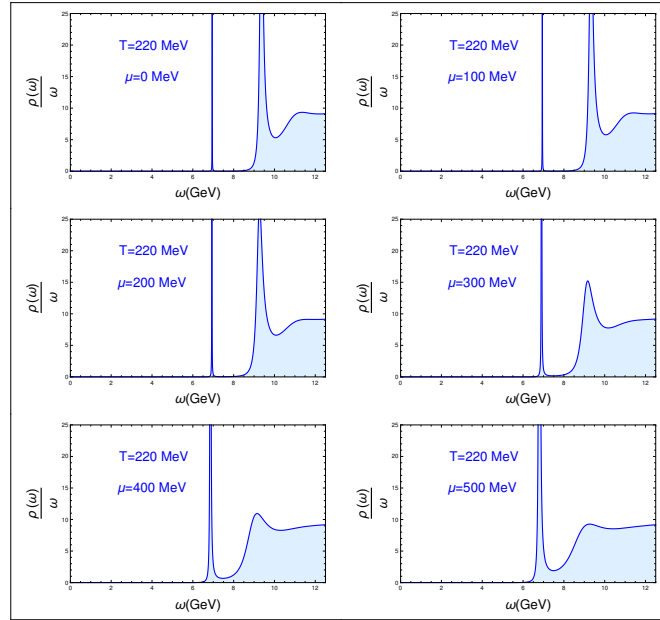


Figura 2.4: Função espectral para $T = 220$ MeV em 6 diferentes valores de potencial químico.

pectral para $T = 220$ MeV para 6 diferentes valores para o potencial químico com μ

variando de 0 a 500 MeV. No primeiro painel pode se notar os picos correspondendo ao estado $\Upsilon(1S)$ e $\Upsilon(2S)$ bem pronunciados e um pico bastante pequeno correspondendo ao estado $\Upsilon(3S)$. Então aumentando a densidade o segundo pico e o terceiro se dissociam completamente enquanto o primeiro pico ainda continua presente para $\mu = 500$ MeV. Na

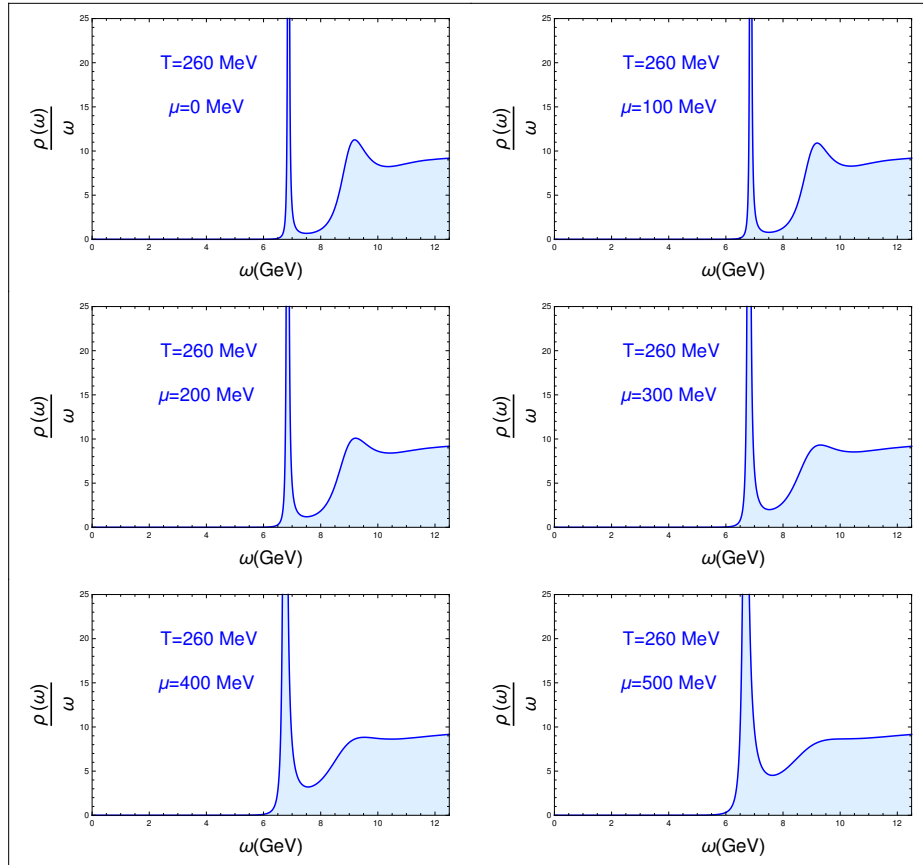


Figura 2.5: Função espectral para $T = 260$ MeV em 6 diferentes valores de potencial químico.

Figura (2.5) é analisada a função espectral em $T = 260$ MeV para a mesma variação de potencial químico que no caso da Figura (2.4). Entretanto, em $T = 260$ MeV com $\mu = 0$ MeV o pico do segundo estado $\Upsilon(2S)$ já está pequeno. O aumento da densidade causa o desaparecimento desse pico mas como em $T = 220$ o pico correspondendo ao estado de menor nível de excitação radial, representado com $\Gamma(1S)$ ainda continua presente.

Já a Figura (2.6) apresenta a função espectral em uma temperatura mais alta, $T = 340$

MeV. Os picos dos estados excitados do bottomonium já não estão presentes. Nesse caso o aumento do potencial químico provoca a dissociação do estado $\Upsilon(1S)$. Infelizmente o caso de densidade finita ainda não existe resultados na literatura para comparar com os resultados obtidos de [26].

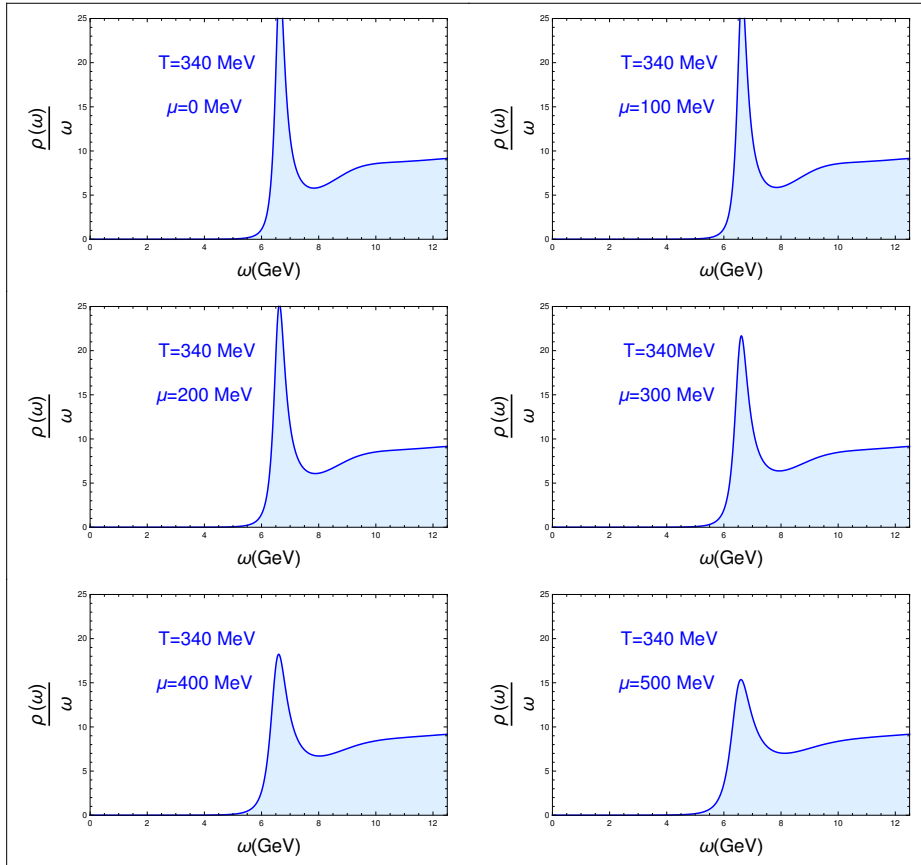


Figura 2.6: Função espectral para $T = 340$ MeV em 6 diferentes valores de potencial químico.

2.7.2 Modelo Tangente

A estratégia para obter a função espectral do charmonium é resolver numericamente a equação a seguir:

$$\partial_z \bar{\sigma}(\omega, z) = \frac{i\omega}{f(z)\bar{\Sigma}(z)} [\bar{\sigma}(\omega, z)^2 - \bar{\Sigma}(z)^2], \quad (2.90)$$

com $h(z) = \exp\{k^2 z^2 + \tanh\left(\frac{1}{Mz} - \frac{k}{\sqrt{\Gamma}}\right)\}$, $\bar{\Sigma}(z) = \exp\{k^2 z^2 + \tanh\left(\frac{1}{Mz} - \frac{k}{\sqrt{\Gamma}}\right)\}/z$ e usando a métrica (2.62). Além de usar a condição de regularidade no horizonte: $\bar{\sigma}(\omega, z_h) = \bar{\Sigma}(z_h)$. Logo usar a relação

$$\rho(\omega) \equiv -Im G_R(\omega) = \omega Re \bar{\sigma}(\omega, 0). \quad (2.91)$$

e os valores dos parâmetros $M = 2.7$ GeV, $k = 1.2$ GeV e $\sqrt{\Gamma} = 0.75$ GeV para finalmente encontrar a função espectral do charmonium.

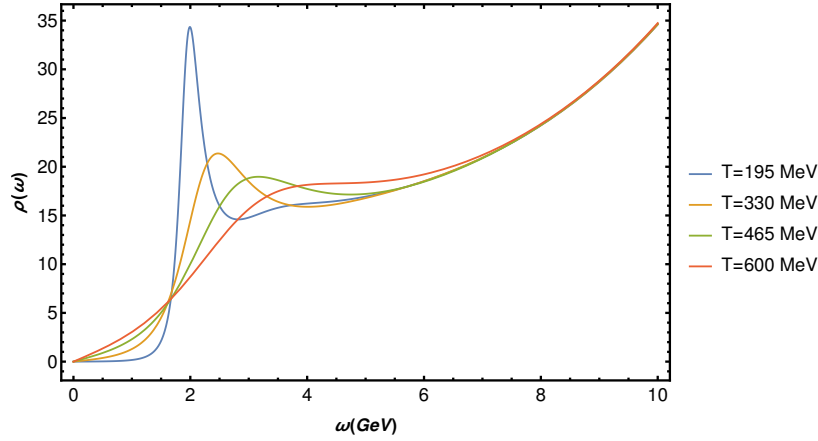


Figura 2.7: Função espectral do charmonium para 4 diferentes temperaturas com $\mu = 0$.

Na Figura (2.7) é apresentada a função espectral do charmonium para 4 diferentes temperaturas, com o potencial químico nulo, ilustrando claramente o processo de dissociação térmica:

- $T = 195$ MeV - Existe somente um pico pronunciado correspondendo aos estados do charmonium. Os outros estados excitados já se dissociaram;
- Em $T = 330$ MeV - O pico relacionado ao estado fundamental do J/ψ ainda continua presente mas já diminuiu bastante;
- Em $T = 465$ MeV - O pico correspondendo ao estado fundamental do J/ψ praticamente desapareceu;

- Em $T = 600$ MeV - O pico referente ao estado fundamental do charmonium desapareceu completamente implicando na dissociação completa.

Enquanto no modelo com parede ultravioleta os resultados mostram que o estado fundamental do charmonium não sobrevive a temperaturas maiores que a temperatura crítica. No modelo tangente J/ψ dissocia-se completamente em $T_{1S} \sim 400$ MeV. Comparando com a temperatura crítica do modelo $T_c = 191$ MeV, temos então que $T_{1S}/T_c \sim 2$. Os estados excitados do charmonium não sobrevivem á temperaturas acima da temperatura crítica.

Esses resultados quando confrontados com a QCD na rede e dados experimentais se mostram compatíveis com os resultados apresentados em [51]. Onde a dissociação do J/ψ ocorre entre o intervalo $1.5 < T/T_c < 3$.

Incluindo o potencial químico no modelo os resultados mostram que o efeito da densidade também causa no charmonium a diminuição do pico e conseqüentemente a dissociação. Na Figura (2.8) começamos a análise com $T = 120$ MeV para seis diferentes valores de potencial químico, $\mu=0$ MeV até $\mu = 500$ MeV. Veja que nesta temperatura existe um pico bem pronunciado correspondendo ao estado fundamental e um segundo pico bastante pequeno relacionado ao primeiro estado excitado. Logo aumentando o potencial químico é possível notar que o segundo pico desaparece completamente e o estado fundamental praticamente se dissociou.

O segundo caso analisado $T = 260$ MeV com seis diferentes valores de potencial químico, $\mu=0$ MeV até $\mu = 500$ MeV está disponível na Figura (2.9). No caso $\mu = 0$ o pico do primeiro estado excitado do charmonium desapareceu completamente enquanto o estado fundamental do J/ψ está parcialmente dissociado no meio térmico. Aumentando μ é evidenciado o aumento do grau de dissociação no meio.

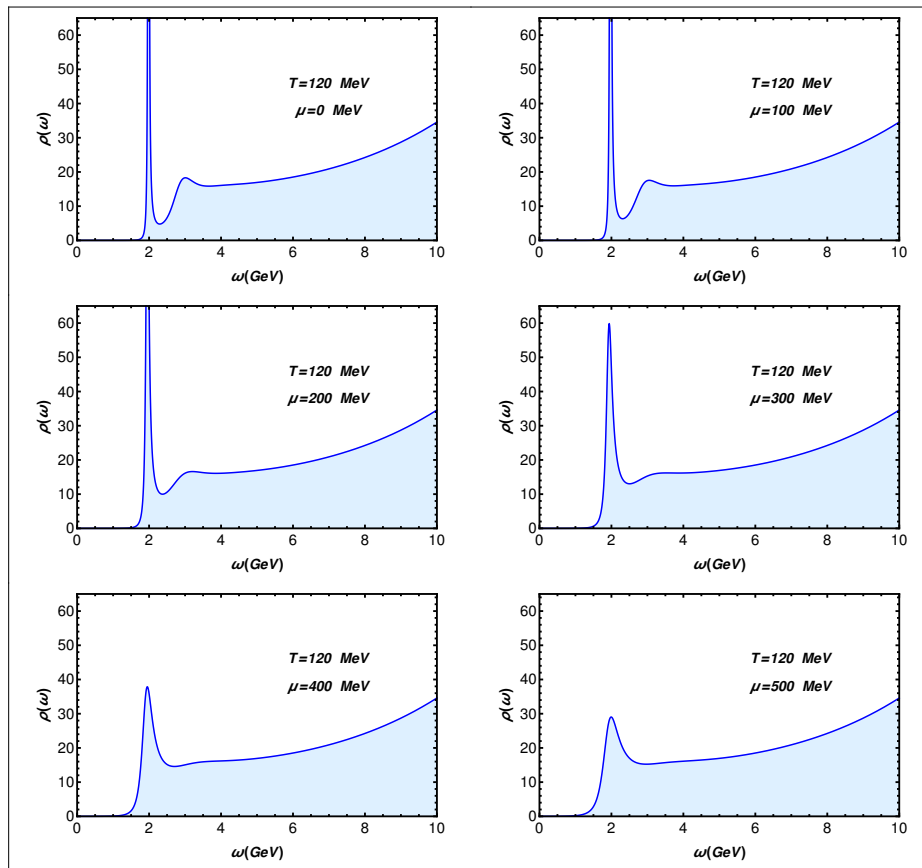


Figura 2.8: Função espectral do charmonium para $T = 120$ MeV em 6 diferentes valores de potencial químico.

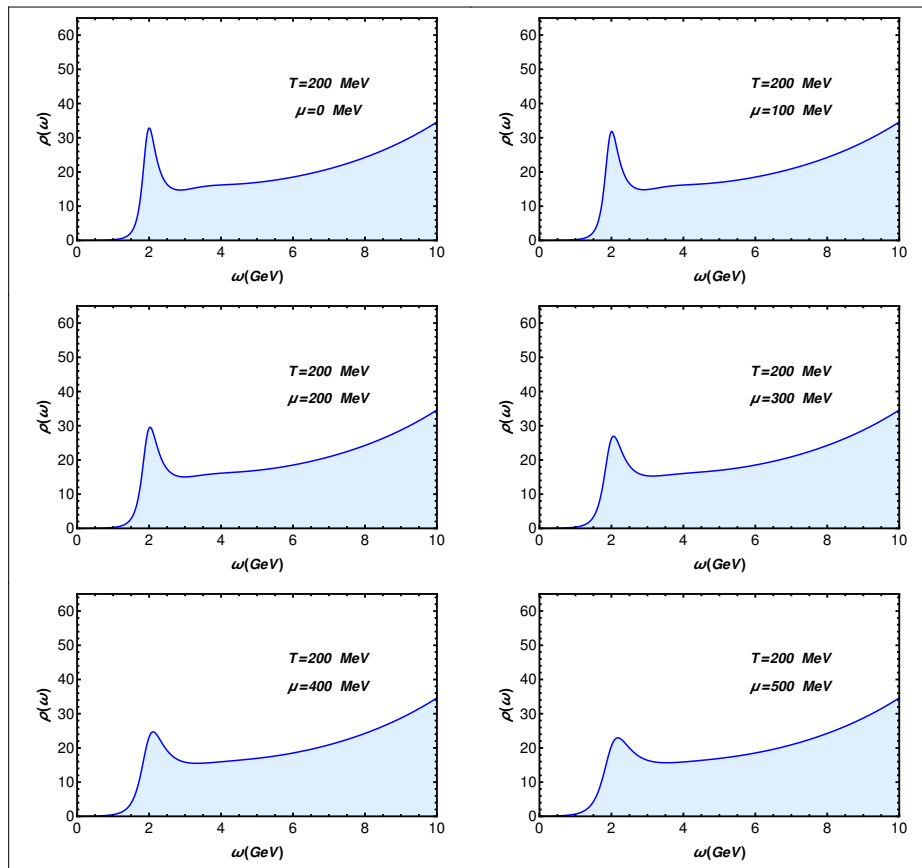


Figura 2.9: Função espectral do charmonium para $T = 200$ MeV em 6 diferentes valores de potencial químico.

Capítulo 3

Massa de Debye em Holografia

3.1 Introdução

Em um plasma formado de quarks e glúons, a carga de cor dos quarks está sujeita a blindagem causada pela presença de outros quarks, anti-quarks e glúons no plasma. O inverso da massa de blindagem de Debye, $1/m_D$, pode ser usado para definir um comprimento de blindagem (raio de Debye r_D) do meio térmico. Como consequência desta blindagem de Debye, seria suprimida a produção de mésons J/ψ , uma vez que a interação entre os quarks é blindada. Em geral, a supressão dos pares $\bar{q}q$ depende da relação entre o raio de Debye (como já dito no capítulo anterior) e o tamanho do méson correspondente.

Uma definição não-perturbativa invariante de calibre foi dada por [53], onde essa quantidade é definida como o a menor massa térmica associada com operador densidade Pontryagin, $\propto Tr(F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu})$. Mais recentemente, utilizando esta definição foi identificado a massa de Debye na correspondência AdS/CFT como a massa do estado fundamental do operador densidade Pontryagin [54] que está associado com o campo axion. Onde esse operador na teoria de calibre está relacionado com o glueball pseudo escalar 0^{-+} .

Para estimar o comportamento da massa de Debye em um plasma com propriedades

similares com o plasma da QCD, vamos considerar um modelo bottom up construído através de uma ação efetiva de Einstein com um campo escalar em 5 dimensões. O modelo é construído no contexto da "Improved Holographic QCD" (IHQCD) [17, 18], sendo um modelo analítico [55], apresentando uma transição de fase de primeira ordem de confinamento/desconfinamento e reproduzindo as equações de estado da QCD na rede $SU(3)$.

Identificaremos a massa de blindagem de Debye no modelo [55] como a massa do estado fundamental do glueball pseudo escalar 0^{-+} na teoria calibre da fronteira. Esta massa será identificada calculando a função espectral para obter o espectro térmico do glueball pseudo escalar 0^{-+} .

Será primeiro apresentado uma revisão do modelo [55] e calculadas algumas quantidades termodinâmicas. Logo depois será calculado espectro de massas do glueball pseudo escalar 0^{-+} em $T = 0$ para confrontar com os resultados da QCD na rede. Finalmente é calculada a função espectral e identificado as massas de Debye.

3.2 Modelo Holográfico

O modelo holográfico apresentado na ref. [55] é construído usando a uma ação de Einstein incluindo um campo escalar. Diferente dos modelos IHQCD das refs. [17, 18] cujas soluções são numéricas, o modelo investigado em [55] apresenta soluções analíticas. A ação efetiva em 5 dimensões para a métrica e o dilaton no referencial de Einstein é

$$S = \frac{1}{16\pi G_5} \int d^5x \sqrt{-g} \left[R - \frac{4}{3}(\partial\phi)^2 - V_E(\phi) \right], \quad (3.1)$$

onde G_5 é a constante de Newton em 5 dimensões e ϕ é o campo de dilaton. A métrica tem a forma

$$ds_E^2 = \frac{e^{2A_E(z)}}{z^2} \left[-f(z)dt^2 + d\vec{x}^2 + \frac{dz^2}{f(z)} \right], \quad (3.2)$$

e a fronteira é localizada em $z = 0$. O potencial $V_E(\phi)$ na ação (3.25) não é ainda escolhido, da mesma forma como feito em [17, 18].

As equações de movimento relacionam $A_E(z)$, $\phi(z)$, $f(z)$ e $V_E(\phi)$. A estratégia é escolher uma forma específica do fator de deformação ("Warp factor") A_E e determinar as outras equações. É conveniente escrever as equações de movimento em termos do fator de deformação no referencial da corda A_s :

$$A_E(z) = A_s(z) - \frac{2}{3}\phi(z). \quad (3.3)$$

As equações de Einstein e do campo escalar para ação (3.25) são

$$E_{\mu\nu} + \frac{1}{2}g_{\mu\nu} \left(\frac{4}{3}\partial_\alpha\phi\partial^\alpha\phi + V_E(\phi) \right) - \frac{4}{3}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi = 0, \quad (3.4)$$

$$\frac{8}{3}\partial_z \left(\frac{e^{3A_s-2\phi}f}{z^3}\partial_z\phi \right) - \frac{e^{5A_s-\frac{10}{3}\phi}}{z^5}\partial_\phi V_E = 0, \quad (3.5)$$

onde o tensor de Einstein é $E_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ e ' indica a diferenciação com respeito a z .

As componentes não zero da equação de Einstein tem a forma

$$\begin{aligned} A_s'' + A_s' \left(\frac{f'}{2f} - \frac{2}{z} + A_s' - \frac{4}{3}\phi' \right) - f' \left(\frac{\phi'}{3f} + \frac{1}{2zf} \right) - \frac{2\phi''}{3} + \frac{2}{3}\phi' \left(\phi' + \frac{2}{z} \right) \\ + \frac{2}{z^2} + \frac{V_E(\phi)}{6z^2f} e^{2A_s-\frac{4}{3}\phi} = 0, \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\phi'^2 - \phi' \left(4A_s' + \frac{f'}{2f} - \frac{4}{z} \right) + A_s' \left(\frac{3f'}{4f} - \frac{6}{z} + 3A_s' \right) - \frac{3f'}{4zf} + \frac{3}{z^2} + \frac{V_E(\phi)}{4z^2f} e^{2A_s-\frac{4}{3}\phi} = 0, \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} f'' + f' \left(6A_s'^2 - \frac{6}{z} - 4\phi' \right) + e^{2A_s-\frac{4}{3}\phi} \frac{V_E(\phi)}{z^2} \\ + f \left(6A_s'' + 6A_s'^2 + \frac{12}{z^2} - 4\phi'' + 4\phi'^2 + \frac{8\phi'}{z} - \frac{4A_s'(2z\phi' + 3)}{z} \right) = 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Note que só é preciso duas equações para resolver o sistema. A outra equação pode ser usada para verificar a consistência da solução do sistema. Desse modo combinando as eqs.(3.6), (3.7) e (3.8), temos a seguinte expressão

$$f'' + f' \left(3A_s' - 2\phi' - \frac{3}{z} \right) = 0, \quad (3.9)$$

$$\phi'' - \phi' \left(2A'_s - \frac{2}{z} \right) - \frac{3A''_s}{2} - \frac{3A'_s}{z} + \frac{3}{2}A_s^2 = 0, \quad (3.10)$$

que é determinada uma vez que $A_s(z)$ é fixado. As soluções das equações anteriores em função de A_s são

$$\phi(z) = \phi_0 + \frac{3A_s(z)}{2} + \phi_1 \int_0^z \frac{e^{2A_s(x)}}{x^2} dx + \frac{3}{2} \int_0^z \frac{e^{2A_s(x)} \int_0^x y^2 e^{-2A_s(y)} A_s'^2(y) dy}{x^2} dx, \quad (3.11)$$

$$f(z) = f_0 + f_1 \left(\int_0^z x^3 e^{-3A_s(x)+2\phi(x)} dx \right), \quad (3.12)$$

onde ϕ_0, ϕ_1, f_0, f_1 são constantes de integração. Observe que $\phi(z)$ na segunda equação é obtido da primeira equação, como uma função de $A_s(z)$. O potencial $V_E(\phi)$ é também fixado pela a escolha de A_s . Basta usar as soluções (3.11) e (3.12) na equação

$$V_E(\phi) = e^{\frac{4}{3}\phi(z)-2A_s(z)} (z^2 f''(z) - 4f(z)(3z^2 A_s''(z) - 2z^2 \phi''(z) + z^2 \phi'^2(z) + 3)). \quad (3.13)$$

A escolha usada na ref. [55] para o fato de deformação A_s foi

$$A_s(z) = k^2 z^2. \quad (3.14)$$

Impondo a condição $f(0) = 1$ e requerendo que $\phi(z)$ seja finito em $z = 0$ encontra-se a seguinte equação,

$$f(z) = 1 - \frac{\int_0^{kz} x^3 \exp\left(\frac{3}{2}x^2(H_c(x/k) - 1)\right)}{\int_0^{kzh} x^3 \exp\left(\frac{3}{2}x^2(H_c(x/k) - 1)\right)}, \quad (3.15)$$

$$\phi(z) = \frac{3}{4}k^2 z^2 (1 + H_c(z)), \quad (3.16)$$

onde

$$H_c(z) = {}_2F_2 \left(1, 1; 2, \frac{5}{2}; k^2 z^2 \right). \quad (3.17)$$

A solução para o potencial do campo escalar toma a seguinte forma

$$\begin{aligned}
V_E(z) = & \frac{3e^{k^2 z^2(1-H_c(z))}}{128k^2 z^2} f(z)[40k^2 z^2 + 64k^4 z^4 - 384k^6 z^6 - 27\pi e^{4k^2 z^2} \text{Erf}_c(\sqrt{2}kz)^2 \\
& + 12\sqrt{12}e^{2k^2 z^2} kz(-7 + 20k^2 z^2)\text{Erf}_c(\sqrt{2}kz)] - \frac{3f^h e^{\frac{5}{2}k^2 z^2(-1+H_c(z))} k^3 z^3}{16} \\
& [4kz - 16k^3 z^3 + 3\sqrt{2\pi}e^{2k^2 z^2} \text{Erf}_c(\sqrt{2}kz)], \tag{3.18}
\end{aligned}$$

onde $\text{Erf}_c[z]$ é a função erro que é definida na forma $\text{Erf}[z] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$ e f^h tem a seguinte definição

$$f^h \equiv \frac{1}{\int_0^{kz_h} x^3 \exp\left(\frac{3}{2}x^2(H_c(x/k) - 1)\right)} dx. \tag{3.19}$$

3.3 Termodinâmica

Vamos agora revisar a termodinâmica do modelo estudada na ref. [55]. A temperatura do buraco negro é obtida usando a relação [citar],

$$T = \frac{|f'(z_h)|}{4\pi}. \tag{3.20}$$

Usando então a eq.(3.15), encontramos a relação entre a temperatura do buraco negro e a posição do horizonte do buraco negro, z_h , no modelo

$$T(z_h) = \frac{k^4 z_h^3 \exp\left(\frac{3}{2}(k^2 z_h^2 H_c(z_h) - k^2 z_h^2)\right)}{4\pi \int_0^{kz_h} x^3 \exp\left(\frac{3}{2}x^2(H_c(x/k) - 1)\right)} dx. \tag{3.21}$$

A entropia do modelo pode ser encontrada pela relação [56]

$$s = \frac{A_{area}}{4G_5 V_3} \Big|_{z_h} = \frac{L^3}{4G_5} \left(\frac{e^{A_E(z)}}{z} \right)^3 \Big|_{z_h} \tag{3.22}$$

Usando $k = 0.43$ GeV e $G_5/L^3 = 1.26$ como na ref. [55] obtemos numericamente os resultados para a temperatura e entropia conforme apresentado na Figura (3.1).

Observe da Figura (3.1) que existe uma temperatura mínima T_{min} em uma certa posição do horizonte do buraco negro z_h^m . Para $T < T_{min}$, não existem soluções de buraco

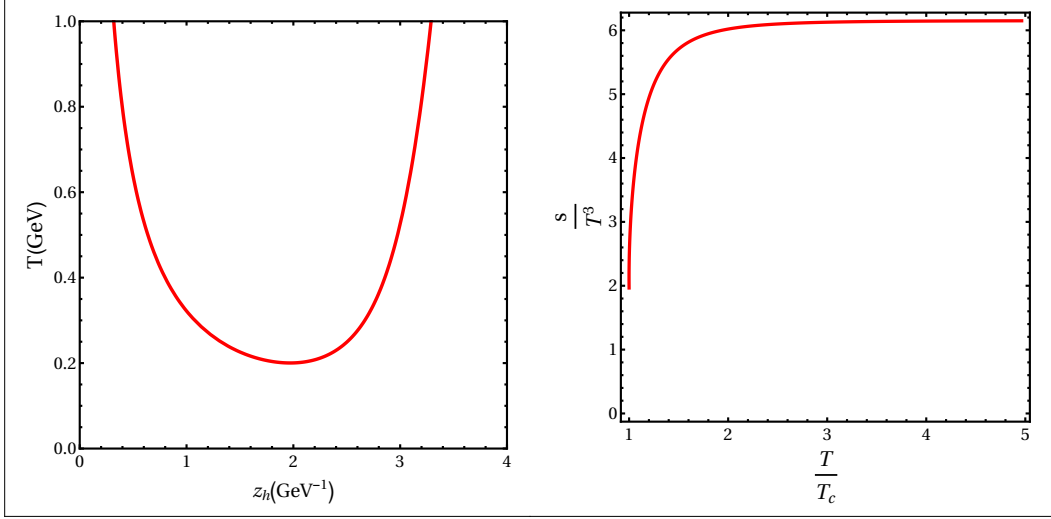


Figura 3.1: O painel a esquerda mostra a temperatura T como uma função da posição do horizonte do buraco negro z_h com $k = 0.43$ GeV. Já no painel á direita é apresentado à densidade de entropia dividida por T^3 como uma função da razão T/T_c com $k = 0.43$ GeV e $G_5/L^3 = 1.26$.

negro enquanto para $T > T_{min}$, existem duas soluções de buraco negro. Quando $z_h < z_h^m$, a temperatura aumenta com z_h diminuindo, essa fase é termodinamicamente estável. Por outro lado quando $z_h > z_h^m$, a temperatura aumenta, mas z_h agora aumenta, neste caso a fase é termodinamicamente instável e, portanto não físico.

A densidade de pressão $p(T)$ pode ser calculada resolvendo a integral da relação,

$$\frac{dp(T)}{dT} = -s(T). \quad (3.23)$$

Após resolver a integral é preciso fixar a constante p_0 . Na ref. [55] essa constante é fixada para assegurar que em $p(T_{min}) = 0$. E dessa maneira fixar a temperatura crítica do modelo em $T_c = T_{min} = 201 \text{ MeV}$. Na Figura (3.2) é apresentado o resultado numérico da densidade de pressão como uma função da temperatura dividida por T_c .

A velocidade do som c_s pode ser derivada da temperatura e a entropia:

$$c_s^2 = \frac{d \log T}{d \log s}. \quad (3.24)$$

Da eq. (3.24) pode se observar que a velocidade do som é independente da constante G_5 .

A velocidade do som no plasma é mostrada na Figura (3.3).

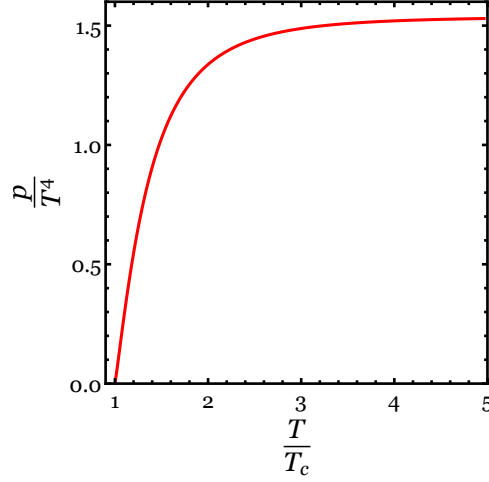


Figura 3.2: A densidade de pressão dividida por T^4 como uma função da razão T/T_c com $k = 0.43$ GeV e $G_5/L^3 = 1.26$.

3.4 Massas do Glueball Pseudo-Scalar em $T = 0$

Vamos agora estudar o espectro do glueball pseudo escalar em $T = 0$ e verificar se o espectro de massas está consistente com os resultados encontrados na QCD na rede para o pseudo-escalar. O procedimento para obter o espaço de fundo é o mesmo para o caso de temperatura finita. A ação efetiva em 5 dimensões para a métrica e o dilaton no referencial de Einstein pode ser escrita

$$S = \frac{1}{16\pi G_5} \int d^5x \sqrt{-g} \left[R - \frac{4}{3}(\partial\phi)^2 - V_E(\phi) \right], \quad (3.25)$$

mas agora a métrica tem a forma como

$$ds_E^2 = \frac{e^{2A_E(z)}}{z^2} [-dt^2 + d\vec{x}^2 + dz^2]. \quad (3.26)$$

Como no caso do vácuo $f(z) = 1$, as equações (3.6) e (3.7) obtidas da equação de Einstein são

$$A_s'' + A_s' \left(-\frac{2}{z} + A_s' - \frac{4}{3}\phi' \right) - \frac{2\phi''}{3} + \frac{2}{3}\phi' \left(\phi' + \frac{2}{z} \right) + \frac{2}{z^2} + \frac{V_E(\phi)}{6z^2} e^{2A_s - \frac{4}{3}\phi} = 0, \quad (3.27)$$

$$\phi'^2 - \phi' \left(4A_s' - \frac{4}{z} \right) + A_s' \left(-\frac{6}{z} + 3A_s' \right) + \frac{3}{z^2} + \frac{V_E(\phi)}{4z^2} e^{2A_s - \frac{4}{3}\phi} = 0. \quad (3.28)$$

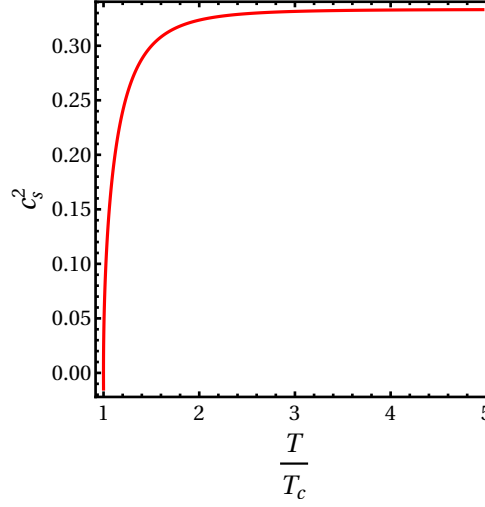


Figura 3.3: O quadrado da velocidade do som c_s^2 como uma função de T/T_c com T/T_c GeV e $G_5/L^3 = 1.26$.

Note que agora a eq. (3.8) não está mais presente. Combinando as eqs.(3.27) e (3.28) temos a seguinte expressão

$$\phi'' - \phi' \left(2A'_s - \frac{2}{z} \right) - \frac{3A''_s}{2} - \frac{3A'_s}{z} + \frac{3}{2}A_s^2 = 0, \quad (3.29)$$

que é determinada uma vez que $A_s(z)$ é fixado. Usando a mesma forma de A_s como anteriormente, chegaremos à expressão para ϕ

$$\phi(z) = \frac{3}{4}k^2z^2(1 + H_c(z)), \quad (3.30)$$

onde

$$H_c(z) = {}_2F_2 \left(1, 1; 2, \frac{5}{2}; k^2z^2 \right). \quad (3.31)$$

No entanto, no caso do potencial do campo escalar a eq. (3.18) é agora dada por

$$\begin{aligned} V_E(z) = & \frac{3e^{k^2z^2(1-H_c(z))}}{128k^2z^2} [40k^2z^2 + 64k^4z^4 - 384k^6z^6 - 27\pi e^{4k^2z^2} \text{Erf}_c(\sqrt{2}kz)^2 \\ & + 12\sqrt{12}e^{2k^2z^2} kz(-7 + 20k^2z^2) \text{Erf}_c(\sqrt{2}kz)] - \frac{3f^h e^{\frac{5}{2}k^2z^2(-1+H_c(z))} k^3z^3}{16} \\ & [4kz - 16k^3z^3 + 3\sqrt{2\pi}e^{2k^2z^2} \text{Erf}_c(\sqrt{2}kz)]. \end{aligned} \quad (3.32)$$

A ação para a flutuação do axion não massivo, $a(x, z)$, é assumida para ter a mesma forma que nos modelos "Improved Holographic QCD"[17, 18, 19, 20, 21]. Neste caso a ação do axion é

$$S = \frac{1}{32\pi G_5} \int d^5x \sqrt{g} \mathcal{Z}(z) g^{\mu\nu} \partial_\mu a \partial_\nu a, \quad (3.33)$$

onde \mathcal{Z} é o acoplamento do axion. A parametrização para o acoplamento do axion que pode ser encontrado nessas referências é

$$\mathcal{Z} = 1 + c\lambda^4, \quad (3.34)$$

onde c é uma constante e $\lambda = \lambda(z) = e^{\phi(z)}$ é o acoplamento de 't Hooft.

A equação de movimento que é obtida da ação (3.33) usando a métrica (3.26) é dada por:

$$\partial_z (\mathcal{Z} b^3 \partial_z a) + M^2 \mathcal{Z} b^3 a = 0. \quad (3.35)$$

Definindo $\psi = e^B a$ e

$$B(z) = \frac{3}{2} \log b(z) + \frac{1}{2} \log \mathcal{Z}(z), \quad (3.36)$$

a equação de movimento (3.35) toma a forma

$$-\psi''(z) + \mathcal{V}(z) = M^2 \psi, \quad (3.37)$$

o potencial é definido como

$$\mathcal{V}(z) = B'^2 + B''. \quad (3.38)$$

Agora podemos calcular as massas do glueball pseudo escalar usando a eq. (3.37) e a métrica (3.26). Com o objetivo de ajustar os valores de acordo com os resultados da rede [57, 58] fixamos $c = 0.26$ na eq. (3.34). Os resultados da massa do glueball 0^{-+} estão disponibilizados na Tabela (3.1).

J^{PC}	Massas holográficas	QCD na Rede [57]	QCD na Rede [58]
0^{-+}	2.477 (GeV)	2.590 (GeV)	2.560 (GeV)
0^{*-+}	3.617 (GeV)	3.640 (GeV)	
0^{**+}	4.630 (GeV)		

Tabela 3.1: Resultados holográficos para as massas dos glueballs a temperatura zero, com $k = 0.43$ GeV, comparados com os resultados com a QCD na rede [57, 58].

3.5 Massa de Debye

Na seção anterior foi obtido o espectro do glueball 0^{-+} em $T = 0$. Agora queremos obter o espectro no caso de temperatura finita para identificar a massa do estado fundamental, associada com o operador $Tr(F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu})$ como a massa de Debye em um plasma fortemente correlacionado. Isto pode ser feito calculando a função espectral do glueball pseudo escalar. A ação do axion no caso de temperatura finita tem a mesma forma da eq. (3.33)

$$S = \frac{1}{32\pi G_5} \int d^5x \sqrt{g} \mathcal{Z}(z) g^{\mu\nu} \partial_\mu a \partial_\nu a, \quad (3.39)$$

A parametrização para o acoplamento do axion também mantém a mesma forma

$$\mathcal{Z} = 1 + c\lambda^4. \quad (3.40)$$

Agora a equação de movimento obtida da ação (3.39) usando a métrica (3.2) é

$$\partial_\mu (\mathcal{Z} b^5 g^{\mu\nu} \partial_\nu a) = 0, \quad (3.41)$$

onde $b(z) = e^{A_E(z)}/z$. No espaço de Fourier a eq.(3.41) é escrita

$$\partial_z (\mathcal{Z} b^3 f \partial_z a) + \left(\frac{\omega^2}{f} - \vec{k}^2 \right) \mathcal{Z} b^3 a = 0. \quad (3.42)$$

A função espectral do glueball pseudo escalar pode ser encontrada aplicando o paradigma da membrana [48] como explicado na ref. [59]. A estratégia é primeiro introduzir uma função resposta do bulk,

$$\xi(z, \omega, \vec{k}) \equiv \frac{\Pi(z, \omega, \vec{k})}{\omega a(z, \omega, \vec{k})}, \quad (3.43)$$

onde $\Pi(z, \omega, \vec{k})$ é o momento canônico conjugado para a flutuação do axion $a(z, \omega, \vec{k})$:

$$\Pi(z, \omega, \vec{k}) \equiv \frac{\delta S}{\delta(\partial_z a)} = -\mathcal{Z} b^3 f \partial_z a(z, \omega, \vec{k}). \quad (3.44)$$

Esse procedimento permite reduzir uma equação diferencial linear de segunda ordem (3.42) para uma equação de primeira ordem não-linear,

$$\partial_z \xi - \frac{\omega}{\mathcal{Z} b^3 f} \left[\xi^2 + \mathcal{Z}^2 b^6 \left(1 - f \frac{\vec{k}^2}{\omega^2} \right) \right] = 0. \quad (3.45)$$

Exigindo a condição de regularidade no horizonte, pode se obter a seguinte condição no horizonte, necessária para resolver a equação de primeira ordem acima:

$$\xi(z_h) = i [\mathcal{Z} b^3]_{z=z_h}. \quad (3.46)$$

Usando fórmula de Kubo para a função de Green retardada, temos a seguinte relação,

$$G_R(\omega, \vec{k}) = -\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\Pi(z, \omega, \vec{k})}{a(z, \omega, \vec{k})} = -\omega \lim_{z \rightarrow 0} \xi(z, \omega, \vec{k}). \quad (3.47)$$

Conseqüentemente a função espectral pode ser calculada resolvendo a equação (3.45) e usando a parte imaginária da função de Green (3.47):

$$\rho(\omega) = -2 \text{Im} G_R(\omega, \vec{k} = 0). \quad (3.48)$$

3.6 Resultados

Primeiramente o valor do parâmetro na eq. (3.40) é fixado, $c = 0.26$, para reproduzir consistentemente os resultados da rede, como discutido em [17, 18]. O parâmetro k introduzido no modelo é fixado como no caso de T finito, $k = 0.43$ GeV.

O próximo passo é resolver numericamente a eq.(3.45) usando a métrica (3.2) e o acoplamento (3.40) para encontrar a função espectral (3.48). Na Figura (3.4) é mostrada a função espectral para o caso $T = T_c = 201$ MeV. Note que a função espectral é dividida por T_c^4 para ter uma quantidade adimensional. Os resultados numéricos mostram que

para ω grande a função espectral escala como ω^4 . Assim, a função espectral é redefinida, de maneira similar ao caso feito nas refs. [40, 43]:

$$\tilde{\rho}(\omega) = \frac{\rho(\omega)}{\omega^4}. \quad (3.49)$$

Os resultados obtidos para $\tilde{\rho}$ em diferentes temperaturas são disponibilizados na Figura

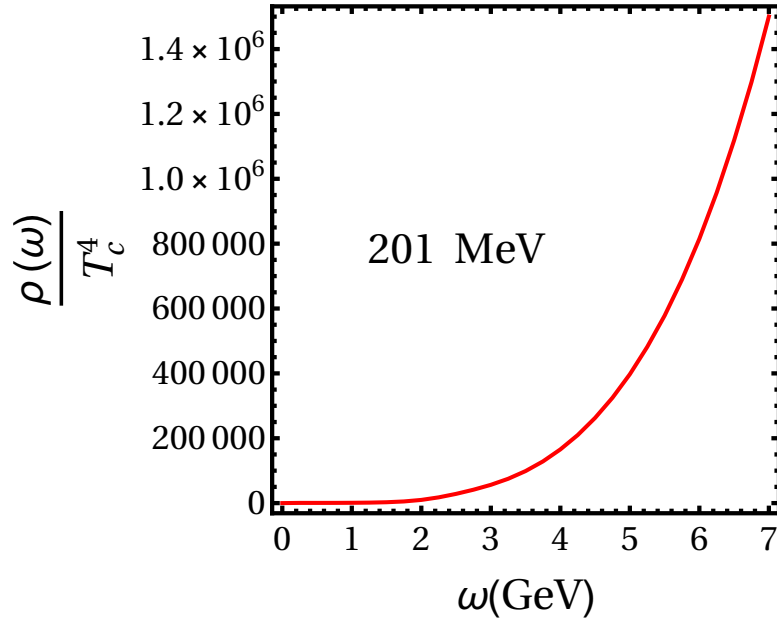


Figura 3.4: Função espectral $\tilde{\rho}(\omega)$ dividida por T_c^4 como uma função da energia.

(3.5). A posição do pico na figura corresponde à massa térmica do estado fundamental. Aumentando a temperatura do plasma pode se observar na Figura (3.5) que o pico diminui e virtualmente desaparece para temperaturas maiores que $T = 230$ MeV.

A localização do pico na função espectral obtida em (3.49) corresponde à massa térmica do estado fundamental do glueball pseudo escalar, associada com a massa de blindagem de Debye do plasma.

Na figura (3.6) mostra-se o comportamento térmico da massa de Debye para alguns valores da localização do pico em diferentes temperaturas. O menor valor da massa ocorre na temperatura crítica T_c . Note que aumentando a temperatura, o plasma se torna mais e mais blindado uma vez que m_D é monotonicamente crescente. O modelo proporciona os valores da massa de Debye em um intervalo: $201 \text{ MeV} < T < 230 \text{ MeV}$.

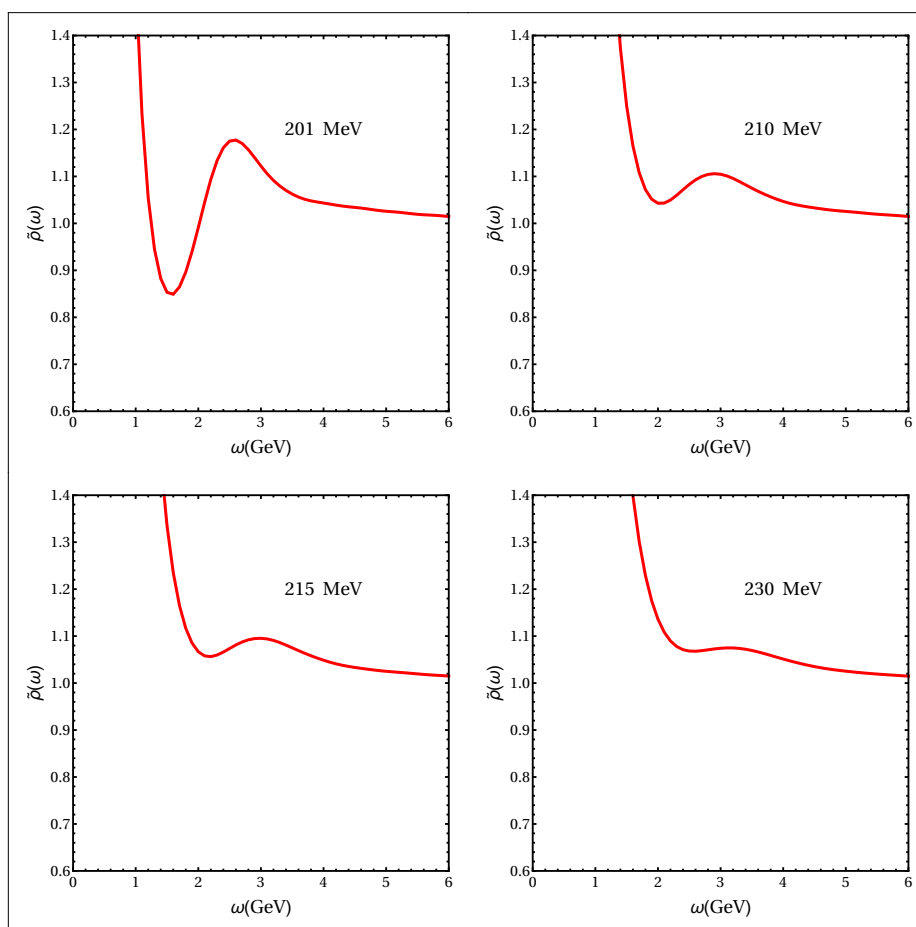


Figura 3.5: Função espectral como uma função da energia ω em GeV.

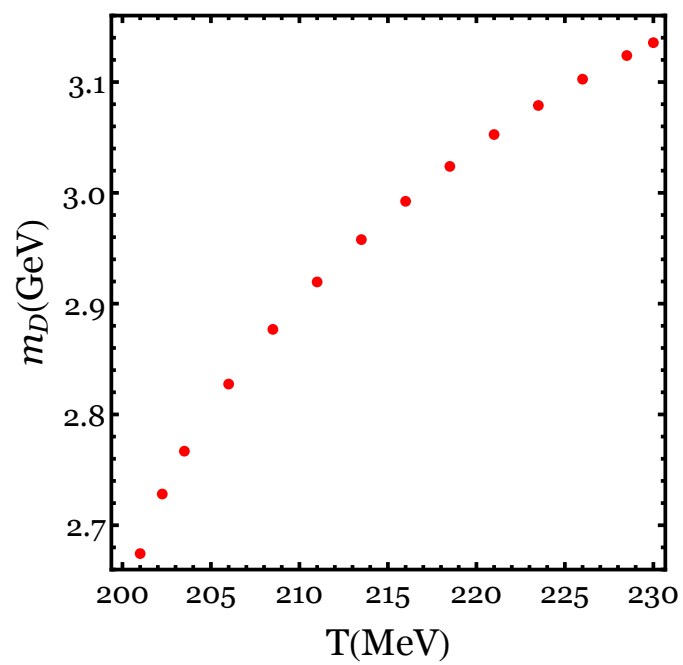


Figura 3.6: A massa de Debye em GeV como uma função da temperatura em MeV.

Capítulo 4

Largura Térmica no Modelo de Parede Macia

4.1 Introdução

Um dos mais importantes invariantes de calibre definido em teorias não-Abelianas [3, 60] é o laço de Wilson

$$W(C) = \frac{1}{N_c} \text{Tr} P \exp \left[ig \oint_C \hat{A}_\mu dx^\mu \right] \quad (4.1)$$

onde C é um laço fechado em um espaço tempo em 4 dimensões, g é o acoplamento, \hat{A}_μ é o operador campo não-Abeliano e o traço é feito sobre a representação fundamental do grupo $SU(N_c)$. O caso particular onde C é um laço retangular de comprimento espacial L e se estendendo sobre \mathcal{T} na direção temporal tem grande importância. No limite $\mathcal{T} \rightarrow \infty$ o valor esperado do vácuo dessa quantidade (4.1) tem seguinte limite:

$$\lim_{\mathcal{T} \rightarrow \infty} \langle W(C) \rangle_0 \sim e^{i\mathcal{T}V_{Q\bar{Q}(L)}} \quad (4.2)$$

onde $V_{Q\bar{Q}(L)}$ representa o potencial de interação entre o par quark anti-quark.

Logo após o surgimento da Correspondência AdS/CFT, foi proposta em [61, 62] uma relação holográfica entre um laço de Wilson na teoria Super Yang Mills $\mathcal{N} = 4$ definida no espaço Euclidiano \mathbb{R}^4 e a área da folha de mundo gerada por uma corda estática definida na versão Euclidiana do espaço $AdS_5 \times S_5$.

No caso de temperatura finita o potencial do par quark anti-quark pode gerar uma parte imaginária que está associada com o decaimento do par em um meio, como discutido, por exemplo, em [63, 64, 65]. No contexto da dualidade AdS/CFT essa quantidade foi calculada na teoria Super Yang Mills $\mathcal{N} = 4$ em [66, 67, 68] e estimada uma largura térmica usando esse potencial imaginário.

É interessante estudar essa largura térmica em um modelo que inclua propriedades da QCD. Neste capítulo será investigada a largura térmica no modelo de parede macia com sinal positivo para que a teoria de calibre na fronteira tenha uma transição confinamento/desconfinamento.

4.2 Potencial quark anti-quark

De acordo com a prescrição gauge/gravidade [61, 62], o valor esperado do laço de Wilson estático $W(C)$ em uma teoria de calibre fortemente acoplada dual a uma teoria de gravidade, é representada pelo funcional gerador Z_{str} de uma corda no interior da teoria de gravidade cuja interseção da folha de mundo da corda com a fronteira do espaço é o laço C . Na aproximação semi-clássica da gravidade,

$$Z_{str} \sim e^{iS_{str}}, \quad (4.3)$$

onde S_{str} é a ação clássica de Nambu-Goto

$$S_{str} = S_{NG} = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\sigma d\tau \sqrt{\det(G_{\mu\nu} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu)}, \quad (4.4)$$

e $X^\mu(\tau, \sigma)$ são as coordenadas da folha de mundo da corda, $\mu, \nu = 0, 1, \dots, 4$; $a, b = \sigma, \tau$; $1/2\pi\alpha'$ é a tensão da corda e $G_{\mu\nu}$ é a métrica do espaço-tempo Euclidiana.

Uma análise sistemática de cordas estáticas representando laços de Wilson foi apresentada na ref. [69], assumindo a seguinte forma da métrica

$$ds^2 = G_{00}(z)dt^2 + G_{\vec{x}\vec{x}}(z)d\vec{x}^2 + G_{zz}(z)dz^2, \quad (4.5)$$

onde \vec{x} são as coordenadas espaciais na fronteira, enquanto z é a coordenada radial. A fronteira é assumida para ser em $z \rightarrow 0$. Escolhendo as coordenadas da folha de mundo $\sigma = x$ and $\tau = t$ e assumindo invariância translacional ao longo de t , a ação da corda com pontas fixas em $x = \pm L/2$, tem a seguinte forma

$$S_{NG} = \frac{\mathcal{T}}{2\pi\alpha'} \int_{-L/2}^{L/2} dx \sqrt{M(z(x))(z'(x))^2 + V(z(x))} \quad (4.6)$$

onde

$$M(z) \equiv G_{00}G_{zz} \quad (4.7)$$

$$V(z) \equiv G_{00}G_{xx} \quad (4.8)$$

A forma da corda $z(x)$ pode ser determinada considerando a expressão (4.6) como representando uma "ação integral" para a evolução da coordenada x . A densidade lagrangiana correspondente é,

$$\mathcal{L}(z, z') = \frac{1}{2\pi\alpha'} \sqrt{M(z)z'^2 + V(z)} \quad (4.9)$$

com momento conjugado dado por

$$p = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z'} = \frac{1}{2\pi\alpha'} \frac{M(z)z'}{\sqrt{M(z)z'^2 + V(z)}}, \quad (4.10)$$

e hamiltoniana

$$\mathcal{H}(z, p) = p \cdot z' - \mathcal{L}(z, z'(z, p)) = \frac{1}{2\pi\alpha'} \frac{-V(z)}{\sqrt{M(z)z'^2 + V(z)}} = \frac{1}{(2\pi\alpha')^2} \frac{-V(z)}{\mathcal{L}}. \quad (4.11)$$

Note que esta hamiltoniana gera translações na coordenada x e não na coordenada temporal. Como a ação (4.6) tem somente dependência implícita em x a hamiltoniana é uma constante de movimento. Podemos avaliar esta quantidade em um ponto conveniente da corda: o valor máximo da coordenada $z_* = z(0)$ onde $z'(0) = 0$ (desde que a corda tenha um máximo em $x = 0$) levando a seguinte expressão

$$\mathcal{H}(z_*, 0) = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \sqrt{V(z_*)}. \quad (4.12)$$

Assim, a lagrangiana (4.9) pode ser expressa como

$$\mathcal{L} = \frac{V(z)}{2\pi\alpha' \sqrt{V(z_*)}}, \quad (4.13)$$

e obtém-se uma equação diferencial para o perfil da corda, $z(x)$,

$$\frac{dz}{dx} = \pm \frac{\sqrt{V(z)}}{\sqrt{M(z)}} \frac{\sqrt{V(z) - V(z_*)}}{\sqrt{V(z_*)}}. \quad (4.14)$$

A distância entre os quarks infinitamente massivos é

$$L = \int dx = \int \left(\frac{dz}{dx} \right)^{-1} dz = 2 \int_0^{z_*} \frac{\sqrt{M(z)}}{\sqrt{V(z)}} \frac{\sqrt{M(z_*)}}{\sqrt{V(z) - V(z_*)}} dz. \quad (4.15)$$

A ação na camada de massa da corda estática tem a seguinte forma:

$$S_{NG}^{cm} = \frac{\mathcal{T}}{\pi\alpha'} \int_0^{z_*} \frac{\sqrt{M(z)}}{\sqrt{V(z)}} \frac{V(z)}{\sqrt{V(z) - V(z_*)}} dz. \quad (4.16)$$

A parte real do potencial é obtida como o limite

$$Re V_{Q\bar{Q}} = \lim_{\mathcal{T} \rightarrow \infty} \frac{S_{NG}^{shell}}{\mathcal{T}} = \frac{\mathcal{T}}{\pi\alpha'} \int_0^{z_*} \frac{\sqrt{M(z)}}{\sqrt{V(z)}} \frac{V(z)}{\sqrt{V(z) - V(z_*)}} dz. \quad (4.17)$$

Observe que essa expressão é singular e pode ser regularizada pela subtração das massas dos quarks,

$$m_Q = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int_0^\infty \sqrt{M(z)} dz. \quad (4.18)$$

A forma regularizada da parte real do potencial é,

$$Re V_{Q\bar{Q}}^{reg} = \frac{1}{\pi\alpha'} \int_0^{z_*} \frac{\sqrt{M(z)}}{\sqrt{V(z)}} \frac{V(z)}{\sqrt{V(z) - V(z_*)}} dz - \frac{1}{\pi\alpha'} \int_0^\infty \sqrt{M(z)} dz. \quad (4.19)$$

Para métricas gerais como (4.5), foi mostrado nas refs. [69, 70], que se existe um valor $z = \bar{z}$ tal que $V(z)$ tenha um valor mínimo ou $M(z)$ diverge, então a teoria confina linearmente como uma tensão da corda dada por

$$\sigma = \frac{1}{2\pi\alpha'} \sqrt{V(\bar{z})} \quad (4.20)$$

4.3 Dedução Parte Imaginária

Agora vamos discutir a parte imaginária do potencial do par quark anti-quark. Nesta tese iremos seguir a dedução feita na ref. [68], contudo, nessa referência foi calculada a parte imaginária na coordenada radial, $U = R^2/z$. Iremos proceder o cálculo na variável, U , e com o intuito de simplificar a descrição no caso do modelo de parede macia, note o fator exponencial na métrica, fazer uma mudança de variável na expressão final da parte imaginária.

Para extrair a parte imaginária do potencial deve se considerar o efeito térmico das flutuações da folha de mundo sobre as configurações clássicas, $U = U_c(x) = R^2/z_c$. Flutuações da forma,

$$U(x) = U_c(x) \rightarrow U(x) = U_c(x) + \delta U(x), \quad (4.21)$$

podem produzir contribuições negativas na raiz quadrada que aparece na ação de Nambu Goto eq. (4.4) próximo de $x = 0$ e gerar uma parte imaginária na ação da corda efetiva. Impomos ainda a condição que as pontas da corda sejam fixas: $\delta U(\pm L/2) = 0$.

A função de partição da corda que leva em conta as flutuações é a integral funcional sobre todas as contribuições da forma $S_{NG}(U_c(x) + \delta U(x))$. Discretizando o intervalo, $-L/2 < x < L/2$, considerando $2N$ pontos localizados nas coordenadas $x_j = j\Delta x$ ($j = -N, -N + 1, \dots, N$) com $\Delta x \equiv L/(2N)$. O limite contínuo $N \rightarrow \infty$ pode ser tomado no final do cálculo. Portanto Z_{str} se torna,

$$Z_{str} \sim \lim_{N \rightarrow \infty} \int d[\delta U(x_{-N})] \dots d[\delta U(x_N)] \exp \left[\frac{\mathcal{T} \Delta x}{2\pi\alpha'} \sum_j \sqrt{M(U_j)(U'_j)^2 + V(U_j)} \right], \quad (4.22)$$

onde $U_j \equiv U(x_j)$ e $U'_j \equiv U'(x_j)$. As flutuações térmicas mais importantes são as flutuações próximas de $x = 0$, onde $U = U_*$, devido a proximidade do horizonte. Por essa razão é razoável expandir $U_c(x_j)$ em torno $x = 0$ e manter somente os termos de segunda ordem em x_j . Dado que $U'_c(0) = 0$, teremos

$$U_c(x_j) \approx U_* + \frac{x_j^2}{2} U''_c(0). \quad (4.23)$$

Os termos relevantes correspondentes da expansão das quantidades $V(U)$ e $M(U)$, considerando somente termos até segunda ordem em $x_j^m \delta U_n$ ($m + n \leq 2$), são

$$\begin{aligned} V(U_j) &\approx V_* + \delta U V'_* + U_c''(0) V'_* \frac{x_j^2}{2} + \frac{\delta U^2}{2} V_*'' \\ M(U) &\approx M(U_*), \end{aligned} \quad (4.24)$$

onde $V_* \equiv V(U_*)$, $V'_* \equiv V'(U_*)$, etc. Logo aproximando o expoente da eq. (4.22) chegamos a

$$S_j^{NG} = \frac{\mathcal{T} \delta x}{2\pi\alpha'} \sqrt{C_1 x_j^2 + C_2}, \quad (4.25)$$

com

$$C_1 = \frac{U_c''(0)}{2} [2M_* U_c''(0) + V'_*] ; C_2 = V_* + \delta U V'_* + \frac{\delta U^2}{2} V_*''. \quad (4.26)$$

Se a função na raiz quadrada que aparece na eq. (4.25) é negativa então S_j^j vai adquirir uma parte imaginária. A região de flutuações relevantes está entre os valores de δU que levam o argumento da raiz quadrada se anular na ação. Isolando a j-ésima contribuição

$$I_j \equiv \int_{\delta U_{jmin}}^{\delta U_{jmax}} d(\delta U_j) \exp \left[i \frac{\mathcal{T} \Delta x}{2\pi\alpha'} \sqrt{C_1 x_j^2 + C_2} \right], \quad (4.27)$$

onde δU_{jmin} , δU_{jmax} são as raízes de $C_1 x_j^2 + C_2$ em δU .

A integral na eq. (4.27) pode ser calculada usando o método de ponto de sela. O expoente tem um ponto estacionário quando a função dentro da raiz quadrada da eq. (4.27)

$$D(\delta U_j) \equiv C_1 x_j^2 + C_2(\delta U_j), \quad (4.28)$$

assume um valor extremo. Isso ocorre para,

$$\delta U = -\frac{V'_*}{V_*''}. \quad (4.29)$$

Impor a condição que a raiz quadrada tenha uma parte imaginária implica que

$$D(\delta U_j) < 0 \rightarrow -x_c < x_j < x_c,$$

onde

$$x_c = \sqrt{\frac{1}{C_1} \left[\frac{V'^2}{2V''} \right]}. \quad (4.30)$$

Se a raiz quadrada na eq.(4.30) não é real, é escolhido que $x_c = 0$. Sobre essas condições, podemos aproximar $D(\delta U)$ por $D(\frac{-V'}{V''})$ na eq.(4.27)

$$I_j \sim \exp \left[i \frac{\mathcal{T} \Delta x}{2\pi\alpha'} \sqrt{C_1 x_j^2 + V_* - \frac{V'}{2V''}} \right]. \quad (4.31)$$

A contribuição total da parte imaginária vem da superposição dos termos individuais: $\Pi_j I_j$. O resultado é [68]

$$\text{Im } V_{Q\bar{Q}} = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int_{|x| < x_c} dx \sqrt{-x^2 C_1 - V_* + \frac{V'^2}{2V''}}. \quad (4.32)$$

Depois de integrar sobre todo parâmetro da corda x , é encontra-se finalmente:

$$\text{Im } V_{Q\bar{Q}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}\alpha'} \sqrt{M_*} \left[\frac{V'}{2V''} - \frac{V_*}{V_*} \right]. \quad (4.33)$$

Com intuito de trabalhar com a variável z , fazemos uma mudança de variável $z = R^2/U$. Portanto, a eq. (4.60) é reescrita na seguinte forma,

$$\text{Im } V_{Q\bar{Q}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}\alpha'} \sqrt{M(z_*)} \frac{z_*^2}{R^2} \left[\frac{V(z_*)}{z_*^2 V'(z_*)} - \frac{z_*^2 V'(z_*)}{4z_*^3 V'(z_*) + 2z_*^4 V''(z_*)} \right]. \quad (4.34)$$

A expressão da parte imaginária do potencial é válida para métricas da forma da eq. (4.5) com M e V definidos nas eqs. (4.7) e (4.8) respectivamente. A raiz de $G_{00}(z)$ define a posição do horizonte z_h . Considera-se que $\lim_{z \rightarrow z_h} (G_{00} G_{zz})$ é finito.

4.3.1 Potencial quark anti-quark em AdS/CFT

Usando a metodologia desenvolvida na seção anterior, iremos agora aplicar em alguns exemplos. O primeiro caso a ser analisado será o caso da teoria Super Yang Mills $\mathcal{N} = 4$ em $T = 0$. Esse caso foi primeiramente estudado nas seguintes refs. [61, 62]. A métrica do espaço Anti-de Sitter é

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} (-dt^2 + d\vec{x}^2 + dz^2) \quad (4.35)$$

Utilizando esta métrica e as eqs. (4.19) e (4.15), temos os seguintes resultados para a teoria Super Yang Mills $\mathcal{N} = 4$

$$L = 2z_* \int_0^1 dy \frac{y^2}{\sqrt{1-y^4}} \quad (4.36)$$

$$Re V_{Q\bar{Q}}^{reg} = \frac{R^2}{\pi\alpha'z_*} \left[\int_0^1 dy \frac{1}{y^2} \left(\frac{1}{\sqrt{1-y^4}} - 1 \right) - 1 \right] \quad (4.37)$$

onde $y = z/z_*$ e a constante de t' Hooft na teoria de calibre $\lambda = R^4/\alpha'$. As integrais nas equações anteriores podem ser resolvidas em termos de funções. Depois da integração são obtidas as seguintes expressões

$$L = 2z_* \frac{1}{4} B(3/4, 1/2) = 2z_* \frac{\Gamma(1/2)\Gamma(3/4)}{\Gamma(5/4)} = 2z_* \frac{\sqrt{2}\pi^{3/2}}{(\Gamma(1/4))^2} \quad (4.38)$$

$$Re V_{Q\bar{Q}}^{reg} = -\frac{R^2\sqrt{2\pi}}{\alpha'z_*\Gamma(1/4)^2} \quad (4.39)$$

Neste caso particular, é possível eliminar o parâmetro z_* das eqs. (4.38) e (4.39) para obter a forma do potencial como uma função explícita de L [61, 62].

$$Re V_{Q\bar{Q}}^{reg} = -\frac{4\pi^2}{\Gamma(1/4)^4} \frac{R^2}{\alpha' L} \quad (4.40)$$

Observe que no caso da correspondência AdS/CFT, o potencial do par quark anti-quark é tipo Coulomb.

4.3.2 Caso com Temperatura finita

No caso de temperatura finita o procedimento para calcular o potencial para o par quark anti-quark é o mesmo aplicado para o caso do vácuo. Mas agora a métrica do espaço é a métrica AdS-Schwarzschild:

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} \left(f(z) - dt^2 + d\vec{x}^2 + \frac{dz^2}{f(z)} \right) \quad (4.41)$$

onde $f(z) = 1 - z^4/z_h^4$. Recorrendo a métrica (4.41) as eqs. (4.8) e (4.8) são escritas

$$M(z) = \frac{R^4}{z^4} \quad (4.42)$$

$$V(z) = \frac{R^4}{z^4} (1 - z^4/z_h^4) \quad (4.43)$$

e conseqüentemente as expressões (4.19) e (4.15) se tornam

$$LT = \frac{2}{\pi} h \sqrt{1-h^4} \int_0^1 dy \frac{y^2}{\sqrt{(1-y^4 h^4)(1-y^4)}}, \quad (4.44)$$

$$\frac{Re V_{Q\bar{Q}}}{T} = -\frac{1}{h} + \frac{1}{h} \int_0^1 dy \frac{1}{y^2} \left[\frac{\sqrt{1-h^4 y^4}}{\sqrt{(1-y^4)}} - 1 \right] \quad (4.45)$$

onde $h = z_*/z_h$ e $0 < h < 1$. Os resultados dessas integrais podem ser calculados em termos de funções hipergeométricas [38],

$$LT(h) = \frac{2\sqrt{2\pi}}{\Gamma(1/4)^2} h \sqrt{1-h^4} {}_2F_1 \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}; \frac{5}{4}, h^4 \right] \quad (4.46)$$

e

$$\frac{Re V_{Q\bar{Q}}}{T} = -\frac{R^2}{\alpha'} \frac{\sqrt{2\pi^3}}{\Gamma(1/4)^2} \frac{1}{h} {}_2F_1 \left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}; \frac{1}{4}, h^4 \right] \quad (4.47)$$

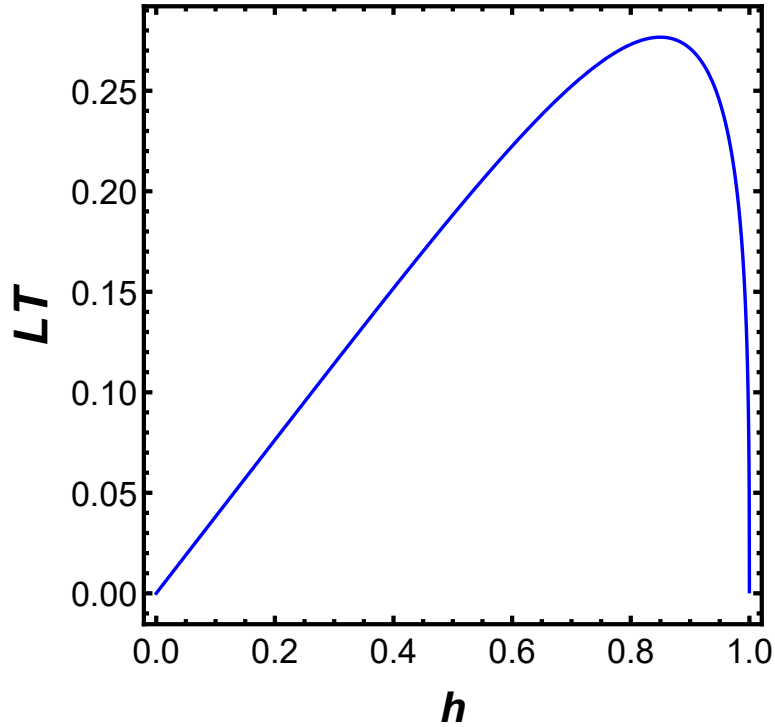


Figura 4.1: Distância LT entre os quarks como função do parâmetro $h = z_*/z_h$ no caso da teoria Super Yang Mills $\mathcal{N} = 4$ á temperatura finita.

Vamos examinar as expressões (4.46). Na Figura (4.1) mostramos o gráfico de LT como uma função de h . Pode se notar que existe um valor máximo de h , $h_{max} = 0.85$,

e que LT é uma função decrescente de h para $h > h_{max}$. Isso significa que não existem soluções reais de Nambu-Goto na forma tipo U na região de $h > h_{max}$. Portanto, só podemos confiar na solução clássica na forma tipo U até h_{max} .

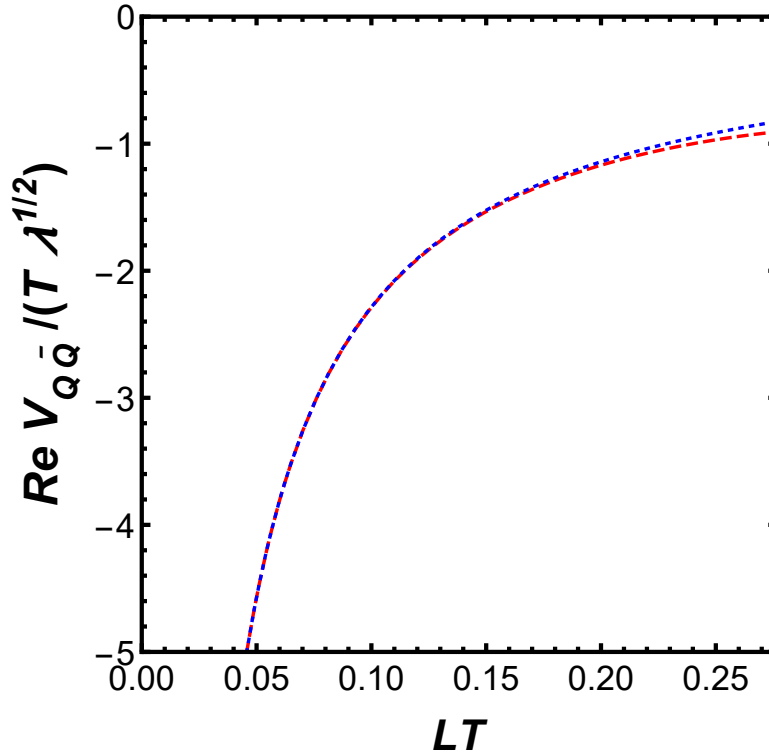


Figura 4.2: Potencial $Re V_{Q\bar{Q}}/T$ para teoria Super Yang Mills $\mathcal{N} = 4$ como função de LT , considerando a solução (4.47) (linha tracejada vermelha) e a solução no vácuo (4.40) (linha pontilhada azul).

Mostramos na Figura (4.2) a parte real do potencial, $Re V_{Q\bar{Q}}/T$, como função da distância entre os quarks, LT , para o caso da teoria Super Yang Mills $\mathcal{N} = 4$ no vácuo e temperatura finita.

4.3.3 Caso do Modelo de Parede Macia

A métrica do modelo parede macia em temperatura finita tem a seguinte forma,

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} e^{\frac{c}{2}z^2} (f(z)dt^2 + d\vec{x}^2 + \frac{dz^2}{f(z)}), \quad (4.48)$$

onde $f(z) = 1 - z^4/z_h^4$ e a posição do horizonte está relacionada com a temperatura na teoria de calibre: $T = 1/(\pi z_h)$. O fator exponencial do dilaton $e^{\frac{c}{2}z^2}$ é escolhido com o sinal positivo para proporcionar o confinamento em baixas temperaturas [32]. O parâmetro \sqrt{c} representa uma escala de energia infravermelha. O valor de \sqrt{c} é fixado para reproduzir a trajetória de Regge do ρ méson, $c \approx 0.9 \text{ GeV}^2$ [33].

Usando a métrica (4.48) as expressões (4.7) e (4.8) se tornam,

$$\begin{aligned} M(z) &= \frac{R^4}{z^4} e^{cz^2} \\ V(z) &= R^4 e^{cz^2} \left(\frac{1}{z^4} - \frac{1}{z_h^4} \right), \end{aligned} \quad (4.49)$$

O critério de confinamento diz que se a função $V(z)$ tem um mínimo no intervalo $0 < z < \infty$ ou quando $M(z)$ tende a zero, a teoria de calibre na fronteira é confinante. Considerando a métrica (4.48) no caso de temperatura zero, $V(z)$ é reescrito na seguinte forma:

$$V(z) = \frac{R^4}{z^4} e^{cz^2}, \quad (4.50)$$

Fixando $c \approx 0.9 \text{ GeV}^2$ é encontra-se que $V(z)$ apresenta um mínimo em $\bar{z} = 1.49071$. Portanto, o modelo de parede macia com exponencial positiva é confinante em $T = 0$. No caso da exponencial ser negativa pode se mostrar que não existe confinamento, pois $V(z)$ não terá um mínimo no intervalo $0 < z < \infty$.

A distância entre os quarks (4.15) e a energia (4.16) são dadas respectivamente por:

$$LT = \frac{2}{\pi} h \sqrt{1 - h^4} \int_0^1 dy \frac{y^2}{\sqrt{(1 - y^4 h^4) \sqrt{e^{cz_*^2}(y^2 - 1)(1 - y^4 h^4) - (1 - h^4)y^4}}}, \quad (4.51)$$

e

$$\frac{Re V_{Q\bar{Q}}}{T} = -\frac{1}{h} + \frac{1}{h} \int_0^1 dy \frac{1}{y^2} \left[\frac{e^{\frac{c}{2}z_*^2 y^2} \sqrt{1 - h^4 y^4}}{\sqrt{(1 - h^4 y^4) - e^{\frac{c}{2}z_*^2 y^2} y^4 (1 - h^4)}} - 1 \right], \quad (4.52)$$

onde $h = z_*/z_h$. A parte imaginária do potencial quark anti-quark (4.34) se torna:

$$\frac{Im V_{Q\bar{Q}}}{T} = -\frac{3\pi}{2\sqrt{2}} \frac{e^{\frac{c}{2}z_*^2}}{h} \left[\frac{(2 - cz_*^2(1 - h^4))}{(-16cz_*^2 + (4(cz_*^2)^2 + 6cz_*^2)(1 - h^4) + 12))} - \frac{(1 - h^4)}{2(2 - cz_*^2(1 - h^4))} \right]. \quad (4.53)$$

No caso do modelo de parede macia existem duas fases térmicas. Como discutido em [32], existe uma temperatura crítica relacionada com a escala infravermelha: $T_c^2 = \frac{c}{\pi^2 \sqrt{27}} \approx (140 \text{ MeV})^2$. Para temperaturas abaixo de T_c o modelo é confinante, o que significa que o potencial quark anti-quark tem um termo linear. Para temperaturas acima de T_c o modelo é desconfinado, representando um plasma. Como estamos interessados em descrever um estado de mésons pesados em um plasma, consideraremos somente temperaturas maiores que T_c no cálculo da largura térmica.

Introduzindo o parâmetro adimensional $\gamma = T/T_c$ para caracterizar a temperatura do meio e considerar a região $\gamma > 1$. Então, podemos reescrever as expressões (4.51), (4.52) e (4.53) como,

$$LT = \frac{2}{\pi} h \sqrt{1-h^4} \int_0^1 dy \frac{y^2}{\sqrt{(1-y^4 h^4) \sqrt{e^{\frac{\sqrt{27}}{\gamma^2} h^2 (y^2-1)} (1-y^4 h^4) - (1-h^4) y^4}}}, \quad (4.54)$$

$$\frac{\text{Re } V_{Q\bar{Q}}}{T} = -\frac{1}{h} + \frac{1}{h} \int_0^1 dy \frac{1}{y^2} \left[\frac{e^{\frac{\sqrt{27}}{2\gamma^2} h^2 y^2} \sqrt{1-h^4 y^4}}{\sqrt{(1-h^4 y^4) - e^{\frac{\sqrt{27}}{\gamma^2} h^2 y^2} y^4 (1-h^4)}} - 1 \right] \quad (4.55)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\text{Im } V_{Q\bar{Q}}}{T} &= -\frac{3\pi}{2\sqrt{2}} \frac{e^{\frac{1}{2} \frac{\sqrt{27}}{\gamma^2} h^2}}{h} \left[\frac{(2 - \frac{\sqrt{27}}{\gamma^2} h^2 (1-h^4))}{(-16cz_*^2 + (4(\frac{\sqrt{27}}{\gamma^2} h^2)^2 + 6\frac{\sqrt{27}}{\gamma^2} h^2)(1-h^4) + 12)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(1-h^4)}{2(2 - \frac{\sqrt{27}}{\gamma^2} h^2 (1-h^4))} \right] \end{aligned} \quad (4.56)$$

Na Figura (4.3) é apresentado o gráfico entre a distância LT e o parâmetro h para 3 diferentes temperaturas no modelo parede macia. Como no caso da teoria Super Yang Mills $\mathcal{N} = 4$ existe uma distância máxima que o par quark anti-quark pode ter na configuração da forma-U para que a solução de Nambu Goto seja real. Note que neste existe um aumento da distância máxima, LT_{max} , quando a temperatura se aproxima da temperatura crítica.

Apresentamos na Figura (4.4) a parte real do potencial do par quark anti-quark como uma função da distância LT para o modelo de parede macia para diferentes temperaturas. Note na figura o processo de transição confinamento/desconfinamento.

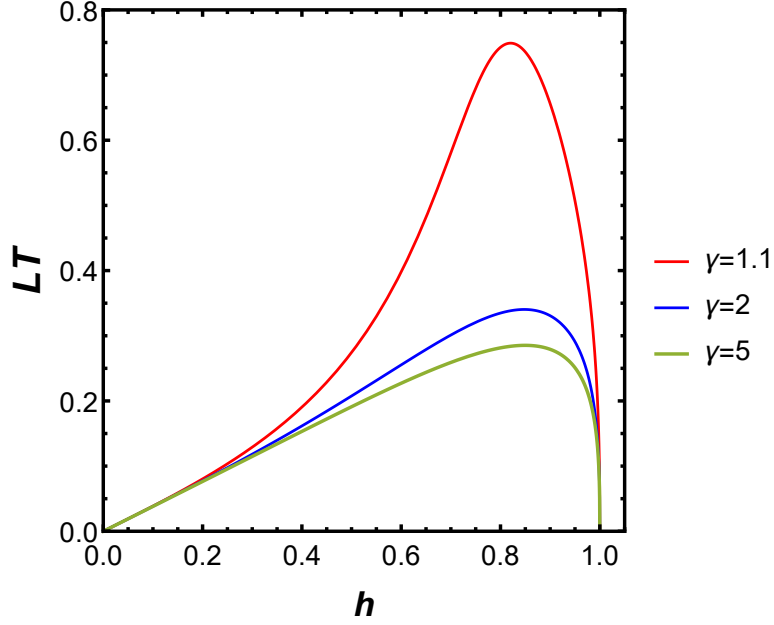


Figura 4.3: Distância LT entre os quarks como função do parâmetro $h = z_*/z_h$ no modelo parede macia para diferentes temperaturas.

4.4 Largura Térmica no Modelo de Parede Macia

Como a largura térmica está relacionada com o valor esperado da parte imaginária do potencial do par quark anti-quark na aproximação não-relativística:

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} = -\langle \psi | \text{Im} V_{Q\bar{Q}}(L, T) | \psi \rangle, \quad (4.57)$$

basta calcular o valor esperado da parte imaginária do potencial para encontramos a largura térmica. Esse valor esperado é calculado integrando sobre todos os comprimentos da corda usando a aproximação semi-clássica:

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} = -\langle \text{Im} V_{Q\bar{Q}}(\hat{L}) \rangle_T = -\frac{\int dL e^{-S_{NG}(L,T)} \text{Im} V_{Q\bar{Q}}(L, T)}{\int dL e^{-S_{NG}(L,T)}} \quad (4.58)$$

onde S_{NG} é a ação de Nambu-Goto no modelo de parede macia.

No regime desconfinado podemos aproximar a ação de Nambu Goto em uma forma tipo Coulomb para $LT \ll 1$. Usando o fato que o tempo nesta métrica Euclidiana fornece um fator inverso da temperatura, podemos reescrever a equação em uma forma

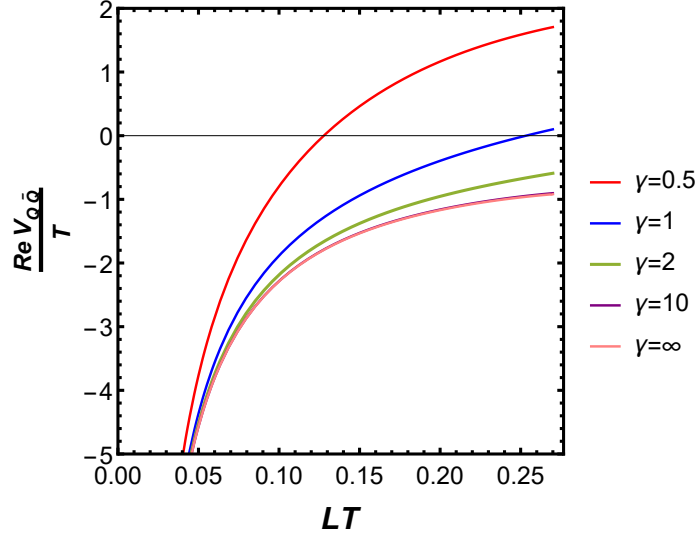


Figura 4.4: Potencial $Re V_{Q\bar{Q}}/T$ no modelo de parede macia como função de LT para diferentes temperaturas conforme mostra a legenda na figura.

adimensional como uma função $\gamma = T/T_c$

$$\frac{\Gamma_{Q\bar{Q}}}{T}(\gamma) = - \frac{\int dw e^{D/w(\gamma)} \frac{Im V_{Q\bar{Q}}}{T}(\gamma)}{\int dw e^{D/w(\gamma)}} \quad (4.59)$$

onde $w = LT$ e $D = 4\pi^2 \sqrt{\lambda}/\Gamma(1/4)^4 \approx 0.66$. Para resolver à integral eq.(4.59) é necessário primeiro discutir sobre os limites de integração. Para o procedimento ser consistente com cálculo do potencial imaginário é necessário que a quantidade x_c seja real. Isto implica que $w = LT > (LT)_{min}$ já que para valores menores que LT_{min} , x_c se torna imaginário. No caso do modelo de parede macia esse valor depende do parâmetro $\gamma = T/T_c$ como pode ser visto na eq. (4.54).

A integral na eq. (4.59) deve também ter um limite superior, uma vez que, como já exposto existe uma distância máxima no perfil da corda tipo U, como discutido nas [71, 72]. São mostrados na Figura (4.3) os valores máximos de LT como uma função de $h = z_*/z_h$, obtida numericamente, para três diferentes valores de γ .

No caso do denominador restringimos o limite inferior de integração considerando que os quarks têm uma massa finita (grande), tal que eles vivem em uma posição da D7-Brana

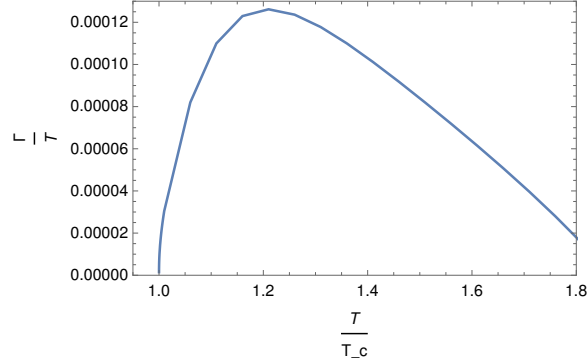


Figura 4.5: Largura térmica no modelo de Parede Macia.

$z = z_{D7}$. A massa do quark é relacionada com a posição da D7-Brana [73]:

$$m_q = \frac{R^2}{2\pi\alpha'z_{D7}}. \quad (4.60)$$

Fixamos a massa da brana usando a massa do bottom quark $m_b = 4.7 \text{ GeV}$ e escolhendo $R^2/\alpha' = \sqrt{\lambda} = 3$ para encontrar

$$\frac{1}{z_{D7}} = 9.82 \text{ GeV} \quad (4.61)$$

Usamos este valor para encontrar numericamente o limite inferior da integral de normalização do denominador, $LT = 0.04$.

Finalmente, podemos estimar a largura térmica usando as eqs. (4.54) e (4.56) para diferentes valores de γ para calcular a largura térmica na eq. (4.59). Na Figura (4.5) apresentamos o resultado da largura térmica como uma função de T/T_c . Note que ela é zero quando $\gamma = T/T_c = 1$ porque o modelo de parede macia é confinante para temperaturas baixas. Para altas temperaturas, existe um plasma. A largura térmica aumenta até uma região $T \approx 1.2T_c$. Para temperaturas mais altas que $T \approx 1.2T_c$, a largura térmica diminui. Esse comportamento é qualitativamente similar com aos resultados encontrados em [68, 74].

Capítulo 5

Considerações Finais

Nesta tese usamos algumas aplicações da correspondência AdS/CFT para estudar fenômenos em plasmas não-Abelianos fortemente acoplados, usando modelos bottom up. No capítulo 2 apresentamos uma breve revisão da correspondência AdS/CFT. Logo em seguida estudamos a dissociação de mésons pesados em um plasma com densidade. No capítulo 3 é calculada uma quantidade importante do plasma: a massa de Debye. Finalmente no capítulo 4 estimamos a largura térmica de um par quark anti-quark no modelo de parede macia.

Inicialmente no capítulo 2 estudamos modelos holográficos construídos para descrever mésons vetoriais pesados. A partir do modelo de parede macia, apresentamos dois modelos de parede macia modificados. No caso do modelo com parede ultravioleta é introduzido uma nova escala de energia $1/z_0$ associada com a posição da coordenada radial em AdS. Onde são calculadas as funções de correlação. Esta nova escala de energia está associada com o processo de transição de um estado de um méson para o vácuo. No segundo modelo (modelo Tangente) introduzimos um terceiro parâmetro relacionado com a tensão da corda. A fronteira do modelo tangente está localizada $z = 0$. O erro quadrático médio do modelo com parede ultravioleta é $\delta_{eqm} = 30\%$ e para o modelo tangente $\delta_{eqm} = 20.7\%$.

Depois de introduzirmos os modelos holográficos no capítulo 2 calculamos a função

espectral dos mésons pesados em um plasma a temperatura finita e densidade. O caso do modelo parede ultravioleta o caso de densidade zero foi calculado em [43]. E a extensão para o caso de densidade finita foi calculada [26]. Os resultados obtidos [43] para o charmonium não estão em acordos com os resultados na QCD na rede e outros resultados holográficos [26]. Para o bottomonium os resultados estão em acordo com [50, 51]. O caso estudado para o bottomonium em um plasma com densidade não pode ainda confrontado com outros resultados. Por outro lado, o charmonium no modelo tangente no caso de densidade zero está em acordo com [51]. O caso com densidade mostra que o aumento da densidade no meio aumenta o grau de dissociação do plasma.

No capítulo 3 identificamos a massa de blindagem de Debye, m_D em uma teoria de calibre fortemente acoplada como o estado fundamental do glueball pseudo escalar 0^{-+} , seguindo as refs. [54, 76]. Apresentamos a termodinâmica do modelo holográfico bottom up [55] que possui uma transição confinamento/desconfinamento e reproduz qualitativamente a termodinâmica da QCD na rede SU(3) [75]. Depois calculamos o espectro de massas do glueball no vácuo usando a prescrição estabelecida por [17]. E logo depois utilizamos a função espectral para encontrar a massa de Debye. Os resultados encontrados estão de acordo com outros resultados holográficos [54, 76, 77].

A dualidade calibre/gravidade é uma ferramenta interessante para estudar a parte imaginária do potencial do par quark-antiquark em um plasma fortemente acoplado. Esta parte imaginária pode ser usada para estimar uma largura térmica para mésons vetoriais pesados em um plasma. No caso da teoria Super Yang Mills $\mathcal{N} = 4$ o cálculo desta quantidade foi feito em [68]. Neste caso o plasma é isotrópico e conforme.

No capítulo 4 calculamos a parte imaginária do potencial do par quark-antiquark estático em um plasma fortemente acoplado não - conforme. Usamos o modelo parede macia que apresenta uma escala de massa infravermelha e introduz confinamento na correspondência AdS/CFT. A teoria de calibre na fronteira deste espaço é confinante em baixas temperaturas e possui uma transição confinamento/desconfinamento em uma tem-

peratura crítica. O resultado encontrado para largura térmica no capítulo 4 é qualitativamente similar ao encontrado em [74].

Referências Bibliográficas

- [1] D. J. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **30**, 1343 (1973). doi:10.1103/PhysRevLett.30.1343 1
- [2] H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30**, 1346 (1973). doi:10.1103/PhysRevLett.30.1346 1
- [3] K. G. Wilson, Phys. Rev. D **10**, 2445 (1974). doi:10.1103/PhysRevD.10.2445 1, 49
- [4] E. V. Shuryak, Phys. Rept. **61**, 71 (1980). doi:10.1016/0370-1573(80)90105-2 2
- [5] M. Gyulassy and L. McLerran, Nucl. Phys. A **750**, 30 (2005) doi:10.1016/j.nuclphysa.2004.10.034 [nucl-th/0405013]. 2
- [6] J. Casalderrey-Solana, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal and U. A. Wiedemann, book:Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2014 doi:10.1017/CBO9781139136747 [arXiv:1101.0618 [hep-th]]. 2
- [7] J. Adams *et al.* [STAR Collaboration], Nucl. Phys. A **757**, 102 (2005) doi:10.1016/j.nuclphysa.2005.03.085 [nucl-ex/0501009]. 2
- [8] K. Adcox *et al.* [PHENIX Collaboration], Nucl. Phys. A **757**, 184 (2005) doi:10.1016/j.nuclphysa.2005.03.086 [nucl-ex/0410003]. 2
- [9] I. Arsene *et al.* [BRAHMS Collaboration], Nucl. Phys. A **757**, 1 (2005) doi:10.1016/j.nuclphysa.2005.02.130 [nucl-ex/0410020]. 2

- [10] J. M. Maldacena, *Int. J. Theor. Phys.* **38**, 1113 (1999) [*Adv. Theor. Math. Phys.* **2**, 231 (1998)] doi:10.1023/A:1026654312961, 10.4310/ATMP.1998.v2.n2.a1 [hep-th/9711200]. 2, 8
- [11] D. Garfinkle, G. T. Horowitz and A. Strominger, *Phys. Rev. D* **43**, 3140 (1991) Erratum: [*Phys. Rev. D* **45**, 3888 (1992)]. doi:10.1103/PhysRevD.43.3140, 10.1103/PhysRevD.45.3888 2
- [12] J. Polchinski, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4724 (1995) doi:10.1103/PhysRevLett.75.4724 [hep-th/9510017]. 2
- [13] J. Polchinski and M. J. Strassler, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 031601 (2002) [arXiv:hep-th/0109174]. 3, 6, 16
- [14] H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, *Eur. Phys. J. C* **32**, 529 (2004) [arXiv:hep-th/0209080]. 3, 6, 16
- [15] H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, *JHEP* **0305**, 009 (2003) [arXiv:hep-th/0212207]. 3, 6, 16
- [16] A. Karch, E. Katz, D. T. Son and M. A. Stephanov, *Phys. Rev. D* **74**, 015005 (2006) doi:10.1103/PhysRevD.74.015005 [hep-ph/0602229]. 3, 6, 7, 12, 16
- [17] U. Gursoy and E. Kiritsis, *JHEP* **0802**, 032 (2008) doi:10.1088/1126-6708/2008/02/032 [arXiv:0707.1324 [hep-th]]. 3, 36, 43, 45, 65
- [18] U. Gursoy, E. Kiritsis and F. Nitti, *JHEP* **0802**, 019 (2008) doi:10.1088/1126-6708/2008/02/019 [arXiv:0707.1349 [hep-th]]. 3, 36, 43, 45
- [19] U. Gursoy, E. Kiritsis, L. Mazzanti and F. Nitti, *Nucl. Phys. B* **820**, 148 (2009) doi:10.1016/j.nuclphysb.2009.05.017 [arXiv:0903.2859 [hep-th]]. 3, 43

- [20] U. Gursoy, E. Kiritsis, L. Mazzanti and F. Nitti, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 181601 (2008) doi:10.1103/PhysRevLett.101.181601 [arXiv:0804.0899 [hep-th]]. 3, 43
- [21] U. Gursoy, E. Kiritsis, L. Mazzanti and F. Nitti, *JHEP* **0905**, 033 (2009) doi:10.1088/1126-6708/2009/05/033 [arXiv:0812.0792 [hep-th]]. 3, 43
- [22] S. S. Gubser and A. Nellore, *Phys. Rev. D* **78**, 086007 (2008) doi:10.1103/PhysRevD.78.086007 [arXiv:0804.0434 [hep-th]]. 3
- [23] S. S. Gubser, A. Nellore, S. S. Pufu and F. D. Rocha, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 131601 (2008) doi:10.1103/PhysRevLett.101.131601 [arXiv:0804.1950 [hep-th]]. 3
- [24] A. Karch and E. Katz, *JHEP* **0206**, 043 (2002) doi:10.1088/1126-6708/2002/06/043 [hep-th/0205236]. 4
- [25] T. Sakai and S. Sugimoto, *Prog. Theor. Phys.* **113**, 843 (2005) doi:10.1143/PTP.113.843 [hep-th/0412141]. 4
- [26] N. R. F. Braga and L. F. Ferreira, *Phys. Lett. B* **773**, 313 (2017) doi:10.1016/j.physletb.2017.08.037 [arXiv:1704.05038 [hep-ph]]. 4, 19, 20, 28, 30, 65
- [27] N. R. F. Braga, L. F. Ferreira and A. Vega, *Phys. Lett. B* **774**, 476 (2017) doi:10.1016/j.physletb.2017.10.013 [arXiv:1709.05326 [hep-ph]]. 4, 20
- [28] N. R. F. Braga and L. F. Ferreira, *Eur. Phys. J. C* **77**, no. 10, 662 (2017) doi:10.1140/epjc/s10052-017-5232-8 [arXiv:1703.07851 [hep-th]]. 4
- [29] N. R. F. Braga and L. F. Ferreira, *Phys. Rev. D* **94**, no. 9, 094019 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.94.094019 [arXiv:1606.09535 [hep-th]]. 4
- [30] T. Matsui and H. Satz, *Phys. Lett. B* **178**, 416 (1986). doi:10.1016/0370-2693(86)91404-8 5

- [31] H. Satz, J. Phys. G **32**, R25 (2006) doi:10.1088/0954-3899/32/3/R01 [hep-ph/0512217]. viii, 5, 6
- [32] O. Andreev and V. I. Zakharov, JHEP **0704** (2007) 100 doi:10.1088/1126-6708/2007/04/100 [hep-ph/0611304]. 7, 59, 60
- [33] O. Andreev, Phys. Rev. D **73**, 107901 (2006) doi:10.1103/PhysRevD.73.107901 [hep-th/0603170]. 7, 59
- [34] S. S. Gubser, I. R. Klebanov and A. M. Polyakov, Phys. Lett. B **428**, 105 (1998) doi:10.1016/S0370-2693(98)00377-3 [hep-th/9802109]. 8, 9
- [35] E. Witten, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 253 (1998) doi:10.4310/ATMP.1998.v2.n2.a2 [hep-th/9802150]. 8, 9
- [36] J. L. Petersen, Int. J. Mod. Phys. A **14**, 3597 (1999) doi:10.1142/S0217751X99001676 [hep-th/9902131]. 9, 10
- [37] D. S. Hwang and G. H. Kim, Z. Phys. C **76**, 107 (1997) doi:10.1007/s002880050533 [hep-ph/9703364]. 13
- [38] F. W. J. Olver, A. B. Olde Daalhuis, D. W. Lozier, B. I. Schneider, R. F. Boisvert, C. W. Clark, B. R. Miller, and B. V. Saunders, *NIST Digital Library of Mathematical Functions.*, <http://dlmf.nist.gov/>, Release 1.0.17 of 2017-12-22. 14, 57
- [39] H. R. Grigoryan and A. V. Radyushkin, Phys. Rev. D **76**, 095007 (2007) doi:10.1103/PhysRevD.76.095007 [arXiv:0706.1543 [hep-ph]]. 16
- [40] H. R. Grigoryan, P. M. Hohler and M. A. Stephanov, Phys. Rev. D **82**, 026005 (2010) doi:10.1103/PhysRevD.82.026005 [arXiv:1003.1138 [hep-ph]]. 16, 46
- [41] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Chin. Phys. C **38**, 090001 (2014). x, 16, 17

- [42] N. R. F. Braga, M. A. Martin Contreras and S. Diles, Phys. Lett. B **763**, 203 (2016) doi:10.1016/j.physletb.2016.10.046 [arXiv:1507.04708 [hep-th]]. 17, 18
- [43] N. R. F. Braga, M. A. Martin Contreras and S. Diles, Eur. Phys. J. C **76**, no. 11, 598 (2016) doi:10.1140/epjc/s10052-016-4447-4 [arXiv:1604.08296 [hep-ph]]. 25, 26, 46, 65
- [44] E. Witten, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 505 (1998) doi:10.4310/ATMP.1998.v2.n3.a3 [hep-th/9803131]. 19
- [45] P. Colangelo, F. Giannuzzi and S. Nicotri, Phys. Rev. D **83**, 035015 (2011) doi:10.1103/PhysRevD.83.035015 [arXiv:1008.3116 [hep-ph]]. 20, 22
- [46] P. Colangelo, F. Giannuzzi, S. Nicotri and V. Tangorra, Eur. Phys. J. C **72**, 2096 (2012) doi:10.1140/epjc/s10052-012-2096-9 [arXiv:1112.4402 [hep-ph]]. 20, 22
- [47] P. Colangelo, F. Giannuzzi and S. Nicotri, JHEP **1205**, 076 (2012) doi:10.1007/JHEP05(2012)076 [arXiv:1201.1564 [hep-ph]]. 20, 22
- [48] N. Iqbal and H. Liu, Phys. Rev. D **79**, 025023 (2009) doi:10.1103/PhysRevD.79.025023 [arXiv:0809.3808 [hep-th]]. 23, 24, 44
- [49] S. I. Finazzo, “Understanding strongly coupled non-Abelian plasmas using the gauge/gravity duality,” 23
- [50] K. Suzuki, P. Gubler, K. Morita and M. Oka, Nucl. Phys. A **897**, 28 (2013) doi:10.1016/j.nuclphysa.2012.09.011 [arXiv:1204.1173 [hep-ph]]. 27, 65
- [51] A. Adare *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. C **91**, no. 2, 024913 (2015) doi:10.1103/PhysRevC.91.024913 [arXiv:1404.2246 [nucl-ex]]. 28, 32, 65
- [52] A. Mocsy and P. Petreczky, Phys. Rev. Lett. **99**, 211602 (2007) doi:10.1103/PhysRevLett.99.211602 [arXiv:0706.2183 [hep-ph]]. 28

- [53] P. B. Arnold and L. G. Yaffe, Phys. Rev. D **52**, 7208 (1995) doi:10.1103/PhysRevD.52.7208 [hep-ph/9508280]. 35
- [54] D. Bak, A. Karch and L. G. Yaffe, JHEP **0708**, 049 (2007) doi:10.1088/1126-6708/2007/08/049 [arXiv:0705.0994 [hep-th]]. 35, 65
- [55] D. Li, S. He, M. Huang and Q. S. Yan, JHEP **1109**, 041 (2011) doi:10.1007/JHEP09(2011)041 [arXiv:1103.5389 [hep-th]]. 36, 38, 39, 40, 65
- [56] J. D. Bekenstein, Phys. Rev. D **7**, 2333 (1973). doi:10.1103/PhysRevD.7.2333 39
- [57] C. J. Morningstar and M. J. Peardon, Phys. Rev. D **60**, 034509 (1999) doi:10.1103/PhysRevD.60.034509 [hep-lat/9901004]. x, 43, 44
- [58] Y. Chen *et al.*, Phys. Rev. D **73**, 014516 (2006) doi:10.1103/PhysRevD.73.014516 [hep-lat/0510074]. x, 43, 44
- [59] U. Gürsoy, I. Iatrakis, E. Kiritsis, F. Nitti and A. O'Bannon, JHEP **1302**, 119 (2013) doi:10.1007/JHEP02(2013)119 [arXiv:1212.3894 [hep-th]]. 44
- [60] A. M. Polyakov, Nucl. Phys. B **164**, 171 (1980). doi:10.1016/0550-3213(80)90507-6 49
- [61] J. M. Maldacena, Phys. Rev. Lett. **80**, 4859 (1998) doi:10.1103/PhysRevLett.80.4859 [hep-th/9803002]. 49, 50, 55, 56
- [62] S. J. Rey and J. T. Yee, Eur. Phys. J. C **22**, 379 (2001) doi:10.1007/s100520100799 [hep-th/9803001]. 49, 50, 55, 56
- [63] M. Laine, O. Philipsen, P. Romatschke and M. Tassler, JHEP **0703**, 054 (2007) doi:10.1088/1126-6708/2007/03/054 [hep-ph/0611300]. 50
- [64] A. Beraudo, J.-P. Blaizot and C. Ratti, Nucl. Phys. A **806**, 312 (2008) doi:10.1016/j.nuclphysa.2008.03.001 [arXiv:0712.4394 [nucl-th]]. 50

- [65] N. Brambilla, J. Ghiglieri, A. Vairo and P. Petreczky, *Phys. Rev. D* **78**, 014017 (2008) doi:10.1103/PhysRevD.78.014017 [arXiv:0804.0993 [hep-ph]]. 50
- [66] J. L. Albacete, Y. V. Kovchegov and A. Taliotis, *Phys. Rev. D* **78**, 115007 (2008) doi:10.1103/PhysRevD.78.115007 [arXiv:0807.4747 [hep-th]]. 50
- [67] J. Noronha and A. Dumitru, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 152304 (2009) doi:10.1103/PhysRevLett.103.152304 [arXiv:0907.3062 [hep-ph]]. 50
- [68] S. I. Finazzo and J. Noronha, *JHEP* **1311**, 042 (2013) doi:10.1007/JHEP11(2013)042 [arXiv:1306.2613 [hep-ph]]. 50, 53, 55, 63, 65
- [69] Y. Kinar, E. Schreiber and J. Sonnenschein, *Nucl. Phys. B* **566**, 103 (2000) doi:10.1016/S0550-3213(99)00652-5 [hep-th/9811192]. 50, 52
- [70] J. Sonnenschein, “What does the string / gauge correspondence teach us about Wilson loops?,” hep-th/0003032. 52
- [71] S. J. Rey, S. Theisen and J. T. Yee, *Nucl. Phys. B* **527**, 171 (1998) doi:10.1016/S0550-3213(98)00471-4 [hep-th/9803135]. 62
- [72] A. Brandhuber, N. Itzhaki, J. Sonnenschein and S. Yankielowicz, *Phys. Lett. B* **434**, 36 (1998) doi:10.1016/S0370-2693(98)00730-8 [hep-th/9803137]. 62
- [73] M. Kruczenski, D. Mateos, R. C. Myers and D. J. Winters, *JHEP* **0307**, 049 (2003) doi:10.1088/1126-6708/2003/07/049 [hep-th/0304032]. 63
- [74] G. Aarts, C. Allton, S. Kim, M. P. Lombardo, M. B. Oktay, S. M. Ryan, D. K. Sinclair and J. I. Skullerud, *JHEP* **1111**, 103 (2011) doi:10.1007/JHEP11(2011)103 [arXiv:1109.4496 [hep-lat]]. 63, 66

- [75] G. Boyd, J. Engels, F. Karsch, E. Laermann, C. Legeland, M. Lutgemeier and B. Petersson, Nucl. Phys. B **469**, 419 (1996) doi:10.1016/0550-3213(96)00170-8 [hep-lat/9602007]. 65
- [76] S. I. Finazzo and J. Noronha, Phys. Rev. D **90**, no. 11, 115028 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.90.115028 [arXiv:1411.4330 [hep-th]]. 65
- [77] O. Andreev, Phys. Rev. D **94**, no. 12, 126003 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.94.126003 [arXiv:1608.08026 [hep-ph]]. 65